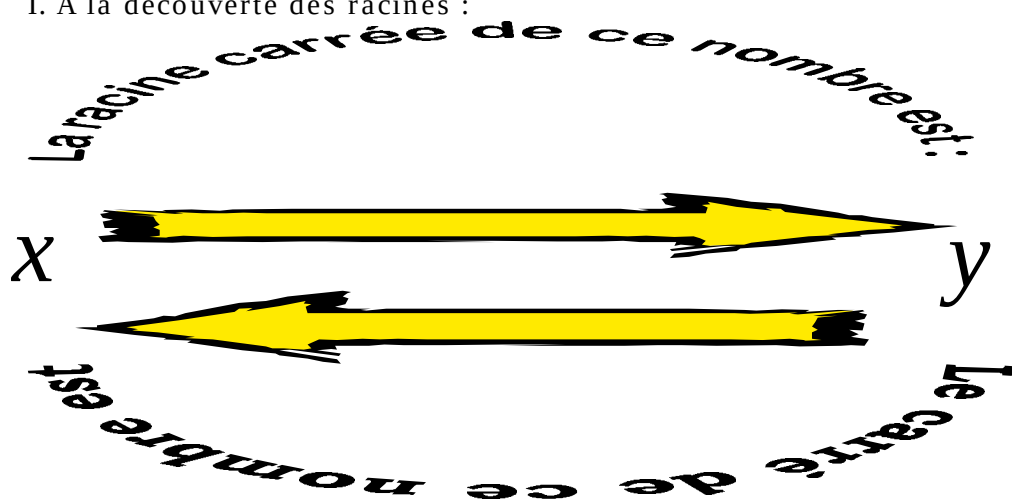


Racines carrées

I. A la découverte des racines :



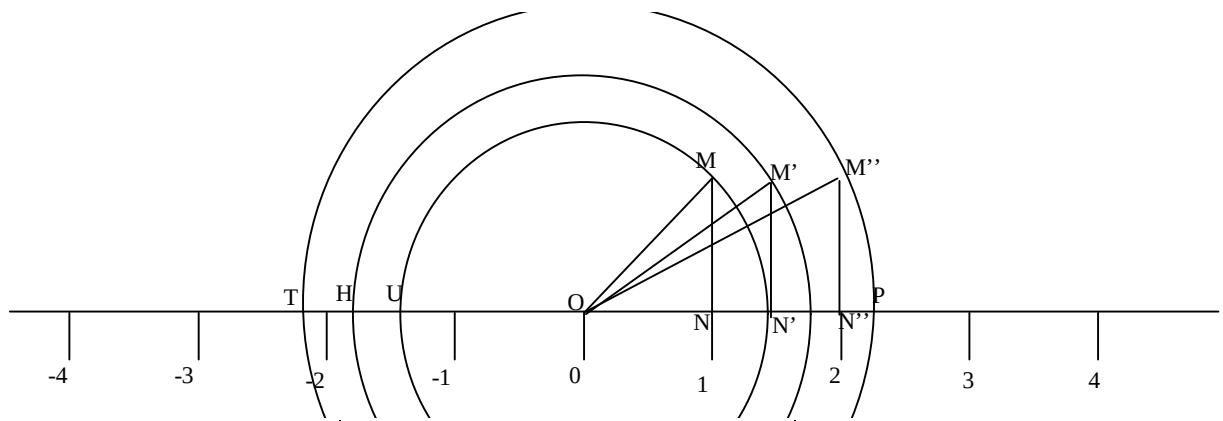
9	→	3	$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$
4	→	2		
16	→			
81	→			
.....	→	5		
2	→			
3	→			
5	→			
7	→			

Mais ces nouveaux nombres
ne servent à rien ils n'existent pas dans la
nature



Mais si,
Regarde la figure ci-dessous et
applique-toi s'il te plait





Dans le triangle OMN rectangle en N : $ON^2 + MN^2 = OM^2$
 $1^2 + 1^2 = OM^2$
 $OM^2 = 1 + 1$
 $OM^2 = 2$
 $OM = \sqrt{2}$

Dans le triangle OM'N' rectangle en N' : $ON'^2 + M'N'^2 = OM'^2$
 $1^2 + \dots\dots\dots = OM'^2$
 $OM'^2 = \dots\dots\dots$
 $OM'^2 =$

Dans le triangle OM''N'' rectangle en N'' : $ON''^2 + M''N''^2 = OM''^2$
 $1^2 + \dots\dots\dots = OM''^2$
 $OM''^2 = \dots\dots\dots$
 $OM''^2 =$

Complète : L'abscisse de N est L'abscisse de N' est
 L'abscisse de N' est L'abscisse de U est
 L'abscisse de N' est L'abscisse de H est
 L'abscisse de N'' est L'abscisse de T est
 L'abscisse de P est

Ces nombres existent et on ne doit pas les remplacer par des valeurs décimales approchées, sauf quand la question est posée dans le problème.

Définition : $\sqrt{2}$ est le nombre dont le carré est 2
 De même : $\sqrt{a}$ est le nombre dont le carré est a .

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

Remarques : il n'existe pas de nombre dont le carré soit (-5) donc la racine carrée de (-5) n'existe pas.
 Il n'existe pas de nombre dont le carré soit a lorsque a est négatif (en effet un carré est positif)

La racine carrée d'un nombre négatif n'est pas définie.

$\sqrt{a}$ est un nombre positif par définition

II. Propriétés des racines carrées :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \text{ et } b \text{ positifs})$$

Démonstration : $(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \times (\sqrt{b})^2 = ab$ et $(\sqrt{ab})^2 = ab$

Deux nombres ont des carrés égaux lorsqu'ils sont égaux ou opposés. Or les racines sont des nombres positifs donc les deux nombres $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et $\sqrt{ab}$ sont égaux.

Attention :

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{ab} \quad (a \text{ et } b \text{ positifs})$$

Contre exemple : $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (a \text{ et } b \text{ positifs et } b \text{ non nul})$$

Démonstration : $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$ et $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$

Deux nombres ont des carrés égaux lorsqu'ils sont égaux ou opposés. Or les racines sont des nombres positifs donc les deux nombres $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}}$ sont égaux.

III. Résolution de l'équation $x^2=a$

Exemple :

$a = 3$ $x^2=3$ est équivalent à $x^2=(\sqrt{3})^2$

Cette équation admet deux solutions

$\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$

$a=-3$ $x^2=-3$

Lorsque a est négatif impossible car un carré est positif

Généralisation

$x^2=a$

Lorsque a est positif $x^2=a$ est équivalent à $x^2=(\sqrt{a})^2$

Cette équation admet deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Lorsque a est négatif impossible car un carré est positif

Cette équation n'admet pas de solutions