

## LA GENÈSE DE L'ESPACE REPRÉSENTATIF SELON PIAGET

par RENE THOM

Professeur à l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bures-sur-Yvette.  
( in Liliane Lurçat : « Espace vécu et espace connu à l'école maternelle »  
ESF – 1982 - Pages 164-170 )

Parmi les théories inspirées directement des mathématiques, celles de PIAGET sur l'origine de l'espace représentatif chez l'enfant apparaissent comme singulièrement sujettes à caution. Un premier point à bien comprendre est que le problème de la genèse psychologique de la notion d'espace ne peut se dissocier d'une ontologie implicite. Car peut-on songer à élucider l'origine de la notion d'espace sans poser la question principielle du statut ontologique de l'espace lui-même ? De deux choses l'une : ou l'espace extérieur existe bel et bien - en tant que cadre universel où se situe toute réalité (et en particulier l'homme lui-même) ; ou, au contraire, l'espace n'est pas extérieur à l'homme : soit, selon le point de vue kantien, projection d'une structure interne à l'homme, condition « a priori » de toute expérience; soit construit à partir d'éléments non spatiaux, de vécus psychologiques élémentaires : c'est le point de vue de la phénoménologie, et aussi celui des logiciens qui, tels Carnap, Russel, se sont efforcés de reconstituer logiquement l'espace par une combinatoire d'événements élémentaires. Henri Poincaré a également présenté une théorie analogue. Il est clair que ces dernières théories de caractère subjectiviste peuvent difficilement poser le problème génétique de la formation de la notion d'espace chez l'enfant ; car on ne voit pas une catégorie « a priori » se constituer progressivement dans l'esprit: elle est ou elle n'est pas. Et si un mécanisme synthétique - comme l'Aufbau de CARNAP - existe chez l'adulte, on ne voit pas comment décrire les mécanismes précurseurs qui pourraient précéder sa formation chez l'animal, le nourrisson, ou le jeune enfant. Il semblerait donc, de prime abord, que le problème génétique exige une théorie réaliste de l'espace. Mais alors, la solution du problème génétique devient simple, quasi tautologique: l'idée d'espace tire son origine de l'espace ambiant lui-même, qui en quelque sorte, crée dans l'espace des activités mentales un système simulateur de soi-même. Il restera seulement à préciser les étapes, les éventuelles distorsions, et, si possible, les mécanismes physiologiques sous-jacents à cette construction de l'espace mental à partir de l'espace physique.

Pour autant qu'on puisse s'en faire une idée, PIAGET semble bien adopter la thèse réaliste de l'existence extérieure de l'espace. Mais, comme la plupart des psychologues professionnels - soucieux de préserver l'autonomie de leur domaine scientifique propre -, il semble reculer devant l'apparente tautologie qui trouve dans l'espace physique l'origine de l'espace mental, et il préfère « construire » l'espace chez l'enfant à partir des « schèmes sensori-moteurs » et « l'activité du sujet ». Que sont ces fameux « schèmes sensori-moteurs » ? Souvent évoqués, ils ne sont nulle part décrits. On ne saura donc pas s'ils comportent une structure spatiale, une géométrie, une topologie... etc., et s'ils comportent des éléments non spatiaux, de caractère affectif par exemple. En fait, la psychogenèse de l'espace, selon PIAGET, est conçue sur le modèle d'une construction logiciste du type de celle de CARNAP, le temps du développement jouant le rôle du temps intervenant dans une déduction logique qui fait passer des prémisses à la conclusion. On espère ainsi pouvoir se libérer de l'apparente tautologie qui fait sortir l'espace mental de l'espace physique. Il serait bon de rappeler ici - en passant - que toutes les constructions logicistes s'enferment dans des difficultés inextricables, liées au problème suivant : comment faire sortir le continu géométrique d'une poussière discrète d'états ou de processus psychologiques ? La nécessité de définir des événements « voisins » oblige à introduire sur le donné une structure (compagnonnage, ressemblance mémorielle, relation de tolérance pour Henri POINCARÉ) qui est le substitut pur et simple de la topologie localement euclidienne de l'espace-temps, ce qui fait que ces constructions ne sont finalement que des tautologies déguisées... PIAGET admet, je suppose, que ces schèmes sensorimoteurs, si primitifs soient-ils, comportent des éléments métriques. La chose est d'autant plus difficile à nier qu'un nourrisson de six mois est capable de saisir et de mettre en bouche, un objet extérieur mis à sa portée: problème métrique s'il en fut, que le nourrisson résout avec une très grande précision et efficacité. Rappelons ici que la thèse centrale de PIAGET est que l'espace représentatif commence par intégrer les structures d'espace les plus générales, à savoir les structures topologiques, puis les structures associées au groupe projectif, pour finir par le groupe euclidien. La psychogenèse est ainsi assimilée au programme d'ERLANGEN de Félix KLEIN... L'existence d'éléments métriques chez le nourrisson de six mois ne saurait être retenue contre la théorie, car, dit PIAGET, il y a lieu

de distinguer soigneusement l' « espace représentatif », qui est l'espace tel qu'il est conçu mentalement, de l'espace sensori-moteur qui régit les activités sensorielles et motrices. A vrai dire, l'espace sensori-moteur n'est jamais défini; est-ce l'espace euclidien usuel, ou, s'il en diffère en quoi en diffère-t-il ? (On ne saurait d'ailleurs reprocher à PIAGET son silence sur cette question, silence que partagent tous ses confrères psycho- et physiologistes). Ceci dit, le concept même d'espace représentatif me semble entaché d'une ambiguïté grave. Car, finalement, qu'est-ce que la conscience ? Qu'est-ce qui distingue un individu éveillé d'un individu qui dort ? L'individu conscient est celui qui a une représentation (intérieure) de l'espace qui l'environne, et de la position de son corps dans cet espace. Je ne vois pas comment on pourrait voir en cette carte locale contenant l'organisme autre chose que l'espace « représentatif ». Car si l'espace représentatif est autre chose que cette carte locale, à tout le moins il la contient en tant que partie essentielle et originaire associée au corps et à ses activités. C'est dire, que, si au moins au voisinage immédiat de l'organisme, l'espace représentatif est nécessairement en prise directe sur l'espace des activités sensori-motrices, il ne peut y avoir de distorsions graves entre l'espace représentatif local et l'espace physique sans créer des troubles également graves du comportement: actions manquées, vertige, hallucinations, délire... En fait, d'ailleurs, la pathologie des états de conscience s'identifie en grande partie avec la pathologie de la représentation de l'espace. Bien entendu, la représentation mentale des objets éloignés peut, par contre, subir des déformations considérables sans inconvénient fonctionnel sérieux. Combien d'adultes, même instruits, ont une représentation spatiale correcte du diamètre de la Terre, du système solaire, de la galaxie ? Combien sont capables de se repérer dans un environnement mal connu ? Il est clair que la précision de notre représentation de l'espace décroît très vite avec la distance à notre organisme, mais que, dans ce voisinage, la représentation, constamment contrôlée par nos actions et nos déplacements ne peut qu'être extrêmement fidèle.

C'est dans le concept d'un espace « représentatif » abstrait complètement et artificiellement séparé des activités sensori-motrices et posturales que réside la grande faiblesse de la théorie piagétienne. On pourrait d'ailleurs poser la question : les animaux, en particulier les animaux supérieurs, ont-ils un « espace représentatif » ? Il semble bien difficile de leur dénier une représentation interne de l'espace environnant, et l'exemple des oiseaux migrateurs soulève la question de savoir si cette représentation n'est pas infiniment plus fidèle et exacte que celle qu'on trouve chez l'Homme.

Pour justifier sa thèse, PIAGET offre deux types d'arguments; d'une part, les expériences de manipulation en aveugle d'objets cachés montrent que la connexité des objets est perçue avant leurs propriétés métriques. D'autre part, le dessin enfantin révèle, jusqu'à un âge assez tardif une difficulté majeure à représenter les propriétés projectives, puis métriques des objets. Les expériences du premier type s'appuient sur des activités sensorielles (ou en tout cas sur des perceptions) ; comme elles font appel à une situation conflictuelle, on peut se demander dans quelle mesure cette priorité relative de propriétés topologiques (d'ailleurs grossières) n'est pas un artefact consécutif à l'affaiblissement relatif des activités tactiles chez les voyants au profit des activités visuelles, infiniment plus rapides et efficaces. L'argument invoquant le dessin enfantin nécessite une discussion plus approfondie. La suite des stades du dessin enfantin définie par Luquet est bien établie (stade idéographique \*\*, réalisme intellectuel, réalisme visuel). Dans le stade du réalisme intellectuel (vers l'âge de 5-7 ans), on observe très souvent des distorsions métriques dans les figures, en particulier le phénomène de rabattement selon Luquet. Les horizontales et les verticales sont fréquemment transformées en obliques. Peut-on raisonnablement en conclure, comme le fait PIAGET, qu'à cet âge les enfants n'ont pas une conception correcte des grandeurs des objets et de leurs positions dans l'espace ? Les expériences de Liliane LURÇAT semblent démontrer, en tout cas qu'une fraction importante d'enfants plus jeunes est capable de respecter les directions verticale et horizontale: l'effet du protocole d'expérience est ici de grande importance sur le résultat obtenu. Sans vouloir discuter plus longuement cette question, relativement technique, on ne peut qu'approuver L. LURÇAT lorsqu'elle invoque la spécificité du graphisme. L'espace graphique est un espace propre distinct de l'espace représentatif, et soumis à des contraintes spécifiques; de plus, on ne saurait oublier qu'il répond à une fonction ludique. L'enfant sait qu'il représente l'objet par son dessin, il y prend plaisir: la feuille de dessin n'est plus l'espace « représentatif » mais un fragment d'espace représentatif au second degré tout entier subordonné à l'objet (au sujet) du dessin. Oserions-nous prétendre de nos caricaturistes, de nos dessinateurs de bandes dessinées qu'ils n'ont pas atteint le stade de réalisme visuel, sous prétexte que leurs œuvres témoignent très souvent d'une méconnaissance totale de la métrique

des objets figurés ? Plutôt que d'invoquer un fort hypothétique parallélisme entre psychogenèse et inclusion mathématique de groupes, il y aurait lieu, pour expliquer l'évolution du dessin enfantin, de revenir à un fait humain fondamental: à savoir l'existence du langage et de la « fonction symbolique ». Expliquons nous : à un stade préverbal, comme chez l'animal, par exemple, la séquence:

Sensation --> Action réflexe,

nécessite une forme de jugement: il s'agit, dans la sensation perçue, de reconnaître une forme biologiquement signifiante (comme l'image d'une proie ou d'un prédateur) ; une fois la forme reconnue, se déclenchera un réflexe de capture (ou de fuite). On peut définir la fonction symbolique chez l'homme par l'extension à un très grand nombre d'objets (en principe, biologiquement neutres) de cette vertu de signifier, donc d'évoquer une réponse initialement motrice, puis seulement verbale. Lorsqu'on demande à l'enfant de dessiner un objet A, la séquence

Vision de A -> Représenter graphiquement A

nécessite comme intermédiaire un jugement, à savoir la reconnaissance de l'objet A comme appartenant à une classe bien définie d'objets, répondant à un concept C (A). Autrement dit, l'enfant répond à l'ordre de dessiner A comme si on lui demandait: Qu'est-ce que A ? Il fait de son dessin l'équivalent graphique du mot. De même que le mot, dans l'esprit de l'auditeur, va provoquer le déploiement de la signification du concept, le dessin va réaliser un déploiement graphique du concept. Or, un concept s'analyse en sous-concepts, cette décomposition s'effectue linguistiquement par l'opération du génitif. Ainsi, « la queue du chien » définit un sous-objet de l'objet chien, exprimé topologiquement par l'appartenance du domaine occupé par la queue à celui occupé par le chien. Le maniement correct de la grammaire suppose donc la parfaite maîtrise d'une topologie implicite portant sur les connexions, les voisinages, les appartenances entre objets. Tout ce que PIAGET définit comme rapports topologiques entre objets n'est en fait que rapports sémantiques entre concepts. Et cette topologie implicite existe nécessairement dans l'esprit dès que l'enfant sait parler. Ici d'ailleurs, je préférerais suivre LUQUET plutôt que Henri WALLON qui nie l'existence d'un « modèle intérieur » du concept: comment s'expliquer le caractère répétitif, stéréotypé des images enfantines, si elles ne répondent à un mode quasi-universel d'analyser un concept ?

Le stade idéographique est précédé d'un stade énumératif, très fugace, où l'enfant symbolise d'un trait un sous-concept, tous ces éléments étant réunis en une figure connexe par une barre horizontale. Mais très tôt, avec des « barres » et des « ronds », l'enfant est en mesure de figurer graphiquement un très grand nombre d'objets élémentaires. Mis en demeure de dessiner un objet complexe, l'enfant décomposera l'objet en éléments « codés », graphiquement assimilables pour lui, puis reconstituera la figure globale par agrégation spatiale des éléments correspondants, dessinés chacun dans leur carte locale. Cette agrégation est plus ordonnée selon la fonction significative des éléments dans le concept que par la perspective visuelle, qui ne s'imposera que beaucoup plus tardivement. Autrement dit: l'image visuelle ne s'abstrait que peu à peu du concept ; car le concept est un, alors que les images, les apparences sont multiples... Très fréquemment d'ailleurs, un objet - en tant que concept - possède des gradients épigénétiques (comme le gradient céphalo-caudal d'un animal) selon lesquels va se projeter le « schéma corporel » du sujet; la vision de l'objet a tendance à préférer ces grandes coordonnées. Par exemple, si l'objet a un plan de symétrie, l'objet sera vu de préférence selon la direction normale à ce plan (qui permet d'ailleurs une meilleure prise manuelle de l'objet) ; le passage du stade réalisme intellectuel au stade réalisme visuel exprime l'affaiblissement progressif de ces contraintes sémantiques sur la représentation visuelle. Ainsi donc, on aurait tort d'affirmer que les enfants, au stade du réalisme intellectuel, méconnaissent les propriétés métriques des objets : la simple nécessité de s'exprimer graphiquement les oblige à s'adresser au concept, qui est leur seule manière de dominer l'objet, et cet intermédiaire sémantique peut perturber la représentation graphique. Prenons encore un exemple : si un enfant qui dessine sa famille représente un tout petit papa en face d'une maman gigantesque, ceci ne signifie pas que l'enfant soit incapable de comparer métriquement la taille de ses parents, mais bien qu'il ressent le besoin d'exprimer en termes de dominance physique les rapports de dominance psychologique qui règnent dans sa famille.

Très probablement, l'espace sémantique se détache par exfoliation de la carte sensori-motrice, à l'époque de l'apprentissage verbal. Quand on demande à un enfant de 3-4 ans de dessiner un objet, le premier point pour lui est de reconnaître l'objet, puis de « propager » cet objet sur ce récepteur vierge qu'est la feuille

de dessin. Il est naturel alors que cette propagation emprunte le canal de la communication verbale, qui est, à cet âge, le seul moyen existant pour un concept de s'implanter sur un substrat extérieur. Le concept va se déployer sur la feuille, comme la forme intelligible se déploie dans l'esprit de l'auditeur à l'audition du mot. En conclusion, il est difficile de ne pas voir dans les théories piagésiennes une méconnaissance fondamentale des conditions selon lesquelles les mathématiques s'articulent sur la réalité. Bien que PIAGET se soit toujours défendu, dans son épistémologie, d'être platonicien, l'identification qu'il propose entre la psycho-genèse de l'espace et le programme d'Erlangen me semble relever de cette hypostase généralisée des idéalités mathématiques qu'avait justifiée le scientisme du XIX<sup>ème</sup> siècle par la découverte des grandes lois physiques (NEWTON, MAXWELL). Certes, il attribue la genèse des grandes structures mathématiques (en particulier, la notion de groupe), à l'« activité du sujet ». Mais on ne voit pas comment ces structures pourraient se constituer de manière répétitive et stable si elles ne répondaient à un schéma inné, ou si elles ne jouissaient d'une capacité propre à s'incarner dans le réel. Or, il faut bien voir que pour construire la structure mathématique dans son intégralité, l'esprit doit, délibérément, ignorer le réel. Nul n'a jamais compté tous les entiers naturels. Quand un groupe topologique opère dans un système réel, ce groupe n'opère jamais dans son intégralité. En embryologie, en physiologie organique, les groupes sont présents mais seulement à l'état d'ébauches ou de germes : dans une articulation comme celle du coude, par exemple, qui relie l'humérus au radius, l'ensemble des positions possibles d'un os par rapport à l'autre définit un domaine relativement étroit du groupe des rotations des butées osseuses (épiphyes) interdisent de continuer le mouvement au-delà d'une certaine limite. C'est là une situation générale: dans tout système organique, la structure mathématique est ébauchée mais des contraintes spatiales interdisent de la réaliser intégralement. (Ainsi, l'homme a réalisé la roue, système simulateur du groupe  $S_1 = SO(2)$  intégral, que la vie n'a pas réalisée...). Il y a dans l'activité mathématique une volonté délibérée d'ignorer le réel, et même d'ignorer parfois les contraintes imposées par ses propres règles: presque tous les progrès de l'algèbre sont issus de ce désir de réaliser des opérations interdites (nombres négatifs, rationnels, imaginaires, etc.). Or, il faut bien voir que cette audace imaginative a pour contrepartie l'inefficacité des actions qui réalisent ces structures. Illustrons ceci par un exemple (fictif) : supposons qu'un animal ait à sa disposition deux réflexes moteurs, désignés par les lettres a, b. Si cet animal est mathématiquement doué, il pourra symboliser l'ensemble de ses stratégies motrices par les mots du monö de libre M (a, b) engendré par (a, b). Si ces réflexes conduisent à des translations effectives de l'animal, il existera des mots de longueur assez grande, qui, réalisés en déplacements, feront sortir l'animal de son habitat naturel et conduiront à sa perte. Ce n'est que si les réflexes sont totalement inefficaces que la structure algébrique entière pourra se réaliser. L'exigence de la répétition formelle indéfinie des opérations est profondément non naturelle ; seul le miracle - isolé - des lois physiques a pu faire croire que cette construction avait un répondant dans la réalité. A prendre des exigences axiomatiques pour des structures fondamentales du psychisme, la théorie piagésienne a servi de caution à l'entreprise moderniste en enseignement des mathématiques, avec les conséquences fâcheuses qui en sont résultées. Sans doute, j'en suis profondément convaincu, les mathématiques « informent » le monde comme elles « informent » aussi notre propre structure. Mais ces mathématiques-là ne sont pas celles que nous connaissons, celles que les algébristes nous fabriquent dans l'élan têtue de l'itération indéfinie des opérations formelles. C'est au contraire dans l'étude des limitations naturelles des formalismes que réside la mathématique de demain.

\*\* En fait, le stade idéographique ne figure pas dans la liste de LUQUET, il a été mis en évidence par L. Lurçat dans « genèse de l'idéogramme », Bulletin de Psychologie, 1971.