Les aventures de la division

Michel Delord

Ce court texte poursuit un double objectif. Le premier est d'information car les médias, friands de texte signés par des sommités, n'ont toujours pas appris au public français que le gratin de la Recherche américaine s'opposait au refus d'apprendre la division en primaire, ce qui n'est probablement pas indépendant du fait que le Ministère de l'Education Nationale se propose de faire la même chose[1]. Le second est d'ordre historique, il s'agira de rappeler que les réformes ne datent pas de M. Allègre, Elles sont l'occasion de poser le débat sur les questions de l'enseignement de l'arithmétique dans les classes primaires.

Historique

Mathematically Correct : 2000 – 1 = 1999

Le B.O.E.N. Spécial 7 de l'été 1999 définissait les compétences requises à la fin du primaire pour le troisième millénaire et on y lit en particulier :
« *L'existence des calculettes oblige à reconsidérer globalement l'apprentissage de la division. Alors que les techniques de l'addition, de la soustraction et, de façon plus délicate, la technique de la multiplication permettent d'enrichir le sens que les élèves donnent à chaque opération, il n'en est pas de même pour la division. Apprendre à faire une division est un travail formel qui n'éclaire pas le sens de cette opération et qui par ailleurs prend beaucoup de temps. D'autre part, même si l'élève parvient à acquérir cette technique, celle-ci est souvent vite oubliée.* » Et de conclure : on doit « *rester dans le champ de la table de multiplication liée au diviseur (si on divise par 6, le dividende ne dépassera pas 60)* » Donc, sans parler des divisions « à virgule(s) » qui supposent une maîtrise de la numération décimale, la division de 43 par 3 ne fait plus partie des compétences exigibles en primaire.
En 1927, le programme du Cours Elémentaire[2] était le suivant :
« *La division (chercher la valeur d'une part)*
La division (chercher le nombre de parts)
Reste de la division
Le diviseur a 1 chiffre et le quotient plusieurs
Zéros intercalés au quotient
Le diviseur et le quotient ont plusieurs chiffres
Le quotient poussé aux décimales
Le dividende est décimal
Le diviseur est décimal
Le diviseur est terminé par des zéros ».

---

[1] Ceci équivalant à la suppression de l'apprentissage de cette opération puisque le temps requis pour celui-ci est très long et ne peut plus être effectué en collège s'il n'a pas été fait en primaire : mais cet apprentissage, comme celui de toutes les opérations faites à la main n'est plus souhaité par de larges secteurs de la pédagogie et depuis longtemps (voir plus bas), ce qui ne le facilite pas en jetant sur lui un discrédit. En ce sens , le discrédit actuel sur l'apprentissage de la division est aussi une capitulation devant l'état des capacités réelles des élèves sur les opérations autres que la division puisque la maîtrise de celle-ci suppose une bonne maîtrise des autres opérations elles aussi décriées.
[2] M. Royer et P. Court, *Manuel d'Arithmétique*, Armand Colin, 1927
Référence donnée par Loudelap, merveilleux professeur de mathématiques dont on trouve les œuvres sur http://casemath.free.fr

Ne disposons-nous pas ici d'un sérieux instrument de mesure du « niveau qui monte » ? Comment expliquer que les responsables officiels de l'écriture des programmes en arrivent à écrire de tels sornettes et qu'il n'y ait aucune réaction du corps d'Inspection ? Pour parvenir à de telles incohérences dans l'élaboration des programmes, il faut que le corps enseignant et ses responsables aient été conquis par un corps de doctrines qui n'existaient pas en 1927. Donc , remontons le temps.

Mathematically Correct : 2000 – 17 = 1983

En cette année, la COPREM[3] dont on sait « *le rôle essentiel qu'elle a joué dans l'élaboration des nouveaux programmes de mathématiques* » [4] était composée de véritables visionnaires ; ils avaient préparé le terrain dès 1983 pour le B.O.E.N. 7 de 1999 en écrivant[5]:

« La maîtrise parfaite des " quatre opérations" effectuées sur papier n'est plus de nos jours une nécessité absolue en soi, puisque le cas échéant la machine peut jouer un rôle de "prothèse pour le calcul". Il n'est donc pas très important d'atteindre une grande fiabilité dans l'exécution sur papier des opérations : en cas d'urgence, on pourrait se procurer pour une somme modique (quelques paquets de cigarettes) une calculette à la boutique du coin.[...] L'algorithme de la division pose plus de questions d'enseignement que celui de la multiplication. D'une présentation moins facile, encore que certains maîtres savent bien la mettre en place auprès de leurs élèves, il est aussi d'une exécution plus délicate dans le cas général, avec la nécessité d'une estimation (« En tant il y va combien de fois tant ? ») à chaque étape. Les avis sont alors partagés, entre les deux positions extrêmes : - viser à l'acquisition sûre d'une technique de division à la main - abandonner la division à la main. Il a paru prématuré dans le présent texte de trancher entre ces deux positions, ou d'opter pour une position intermédiaire. La question mérite d'être approfondie à l'occasion de l'étude du thème " algorithmes ", actuellement entreprise au sein de la COPREM. En tout cas, ce qui n'est pas à remettre en cause, mais au contraire à développer, c'est le sens de la division»[6].

Il faut cependant remarquer que, dans le « texte en question » , il n'y a aucun argument en faveur de la défense de la pratique de la division.

Mathematically Correct : 2000 – 22 = 1978

Les concepteurs des programmes lient la question du calcul à « l'existence des calculatrices », formulation qui semble supposer que ces mélanges de plastique et de silicium ont une vie autonome et qu'elles sont venues d'elles mêmes envahir les salles de classe. Leur emploi a été recommandé, malgré les conséquences néfastes qui étaient prévisibles et prévues, non seulement par les corps spécialisés dans la pédagogies mais par des experts de plus haut niveau :

« Dans un premier temps, cette informatisation de l'écrit portera sur les textes les plus pauvres en « signifiants » . Ce ne sera pas une mutation majeure par rapport à un

---

[3] Commission Permanente de Réflexions sur l'Enseignement des Mathématiques. Dans la COPREM étaient représentées l'Inspection Générale, la Direction des lycées, celle des Collèges, des Ecoles Primaires.

[4] P. Legrand, Doyen de l'Inspection Générale de Mathématiques.

[5] In "*Contribution à l'enseignement mathématique contemporain : Analyse des contenus, méthodes, progressions, relatifs aux principaux thèmes des programmes : La proportionnalité / Le calcul numérique*" MEN CRDP Strasbourg Dépôt légal 1987

[6] Pour avoir plus de détails non seulement sur la division mais sur le rôle du calcul et de la pensée cybernétique, lire : M. Delord "Calcul humain, calcul mental et calculettes : Questions pédagogiques" qui se trouve (ainsi qu'une version pour la lecture *Off-Line*) à : http://casemath.free.fr/index.php3?page=diver

mode d'écriture déjà répétitif et mécanique. Mais au-delà ? Où s'arrêtera la communication informatisée, lorsque les ménages commenceront à être équipés en ordinateurs ? La question pourrait apparaître gratuite, s'il n'y avait le précédent des calculatrices électroniques. Nul n'aurait imaginé, il y a quinze ans, la floraison d'appareils peu onéreux, à la portée de chacun et d'abord des élèves. Aujourd'hui la question n'est plus de savoir si le calcul va reculer, mais quand il va disparaître. »[7]
Le statut de la machine se précise. D'une part, elle contient une conception théorique du calcul et de la supposée similitude entre le fonctionnement de l'ordinateur et celui de l'esprit humain. D'autre part, elle permet aux vendeurs de machines de se présenter comme théoricien de la pédagogie : « *Au risque de me répéter, je considère que faire des mathématiques ce n'est pas faire montre de compétences calculatoires (que ce soit numérique ou algébrique), même si, jusqu'à ces dernières années, ces savoir faire étaient indispensables au bon déroulement d'un cheminement mathématique. Les outils de calcul n'existant pas : - ou il fallait tout faire à la main (avec tout ce que cela comporte de temps perdu, de sources d'erreurs et d'érosion de l'objectif à atteindre), - ou il fallait les inventer !* »[8]
Pour M. Ferrant il est non seulement inutile d'apprendre le calcul numérique mais aussi le calcul algébrique. Pour Alain Connes, Médaille Fields, au contraire, il ne faut pas négliger les compétences calculatoires : « *Quand on effectue un long calcul algébrique, la durée nécessaire est souvent très propice à l'élaboration dans le cerveau de la représentation mentale des concepts utilisés. C'est pourquoi l'ordinateur, qui donne le résultat d'un tel calcul en supprimant la durée, n'est pas nécessairement un progrès. On croit gagner du temps, mais le résultat brut d'un calcul sans la représentation mentale de sa signification n'est pas un progrès* »[9].
Continuons à remonter le temps:

Mathematically Correct : 2000 – 29 = 1971 (France)

« *Le calcul ne fournit souvent qu'un résultat ou une vérification. Il n'en demeure pas moins qu'il constitue un excellent bricolage puisqu'il permet de deviner la réponse, ce qui facilite la découverte d'une démonstration causale. Les chercheurs se livrent souvent, en secret, à de lourds calculs, mais s'efforcent de les éliminer des textes qu'ils publient, masquant ainsi le cheminement de leur découverte. C'est ainsi que le mépris du calcul est devenu une mode* »[10] Ce texte est écrit par Georges Glaeser, mathématicien pourtant partisan des mathématiques modernes. Le mépris du calcul n'est pas la conséquence de « l'invasion des calculettes » mais est, au contraire, le fruit d'une conception humaine du calcul qui dévalorise le calcul. Les calculettes n'ont pas été inventées par des dieux, ce que ne semble pas partager M. Terracher, auteur de

[7] Rapport NORA / MINC : "L'informatisation de la société" remis en 1978 au Président de la République d'alors : Valery Giscard d'Estaing. Editions. du Seuil, p 117 1978

[8] In *Editorial du Numéro 22 de la Revue « 3'33 »*, revue éditée par Casio (Septembre 1997). Cette revue est distribuée gratuitement à tous les professeurs de mathématiques. Qui a donné le listing ?
http://www.casio.fr/CasioFrance/enseignants/333/333Edito22.pdf

[9] In Ilke Angela Marechal *Sciences et imaginaire* . Contribution d'Alain Connes : « A la recherche d'espaces conjugués » Editions Albin Michel 1994

[10] *In Mathématiques pour l'élève-professeur*, Hermann, 1971.

manuels de mathématiques. Dans la première édition de son Manuel de Quatrième[11], il se satisfait de justifier le « moins par moins égal plus » comme simple activité de « mise en route » dont le titre est : « Que propose la calculatrice ? ». Il faut noter que la période de succès pédagogique des mathématiques modernes est la période où, au nom du sens et de l'intelligence, on minimise l'importance du calcul comme de la présentation exacte du résultat d'un calcul. Dans l'univers abstrait des nombres purs, confondre « -100 000 » et « +100 000 » est une simple « erreur de signe ». Elle peut devenir passible de poursuites pénales s'il s'agit du montant d'un solde bancaire.

Continuons à remonter le temps

Mathematically Correct : 2000 – 35 = 1965 (USA)

« So you've got thirteen And you take away seven, And that leaves five... ...Well, six actually. But the idea is the important thing. « New Math », By Tom Lehrer (1965)
Reinventing math is an old tradition in this country. It has been around at least since the 1960's, when the inimitable Tom Lehrer mocked the New Math in Berkeley cafes. Even Beatniks understood that a method that highlights concepts at the expense of plain old calculation would add up to trouble. And, as it happened, the New Math's introduction in schools across the country coincided with the onset of a multi-year decline in math scores. »[12]

Une précision : la réforme des mathématiques modernes aux Etats-Unis se produit plus dix ans avant qu'elle ne s'impose en France. Avec une différence : aux USA, une réaction s'organise dès 1962 avec la publication d'une lettre ouverte, mouvement organisé par le mathématicien Morris Kline[13]. (puis , plus tard par son livre *Why John Can't Add*). La France copie les USA avec 10 ans de retard mais ne voit pas la naissance d'un mouvement de protestation organisée des mathématiciens français (sauf quelques exceptions individuelles comme René Thom). La majorité des mathématiciens français emboîte le pas à la reforme s'ils ne l'encouragent pas. Dans sa lettre, Kline s'opposait dès 1962 à la confusion entre connaissance et information.

Continuons à remonter le temps

Mathematically Correct : 2000 – 52 = 1948 (USA)

Pour comprendre qu'il ne s'agit pas d'un hasard, il suffit de consulter le seul ouvrage en Français[14] retraçant les débuts de la cybernétique au travers des «Conférences Macy » auxquelles participèrent aussi bien Von Neumann, que Norbert Wiener, Mac-Culloch, Lashley ou Rosenblueth. On y découvre que les Sciences Cognitives - mère des Sciences de l'Education - cherche ses origines dans la cybernétique. Au symposium

---

[11] *In Mathématiques Quatrième* par R. Delord, P.H. Terracher – G. Vinrich – Edition Hachette (1992). Ceci n'est pas complètement étonnant car M. Vinrich était membre de la COPREM citée plus haut . D'autre part, j'utilise moi-même actuellement en classe les manuels de cette collection car ce sont probablement les moins mauvais existants sur le marché. Mais la présentation de la susdite règle ne s'est pas améliorée….

[12] *Wall Street Journal*, 4 janvier 2000.
Voir : http://www.mathematicallycorrect.com/wsj.htm

[13] http://www.le-sages.org/mathcurric.html. La traduction française (disponible seulement depuis l'an 2000 sur le site du SAGES, Synndicat des Agrégés de l4enseignement Supérieur) a été revue par Christian Radoux, responsable du Département de Théorie des Nombres de l'Université de Mons (Belgique).
Visitez aussi son site : http://users.skynet.be/radoux.

[14] J.-P. Dupuy « Aux origines des sciences cognitives » Edition « La Découverte»

Hixon (1948), organisé par le CalTech, Institut Californien de Technologie, Lashley déclare, « recueillant l'assentiment général » nous dit J-P Dupuy : « *Ce qui nous réunit ici, c'est la conviction que, je pense, nous partageons tous, qu'il est possible en dernière instance de décrire les phénomènes de l'esprit et du comportement au moyen des concepts des sciences mathématiques et physiques* ». Et Mc Culloch en rajoute face Von Neumann qui y présente « *The General and Logical Theory of Automata* » : « l*es machines faites de main d'homme ne sont pas des cerveaux mais les cerveaux sont une variété, très mal comprise, de machines computationnelles. La cybernétique a contribué à effondrer la muraille qui séparait le monde magnifique de la physique du ghetto de l'esprit* ». On sait aujourd'hui que ces espoirs fondés sur la cybernétique au sortir de la seconde guerre mondiale avaient un fondement plus idéologique que scientifique: Norbert Wiener, notamment, pensait neutraliser les pulsions humaines par les machines et assurer la paix générale par la communication universelle qu'allaient permettre les ordinateurs.
Dernière plongée dans le passé américain :

Mathematically Correct : 2000 – 110 = 1890 (USA)

Les positions de G. Stanley Hall, fondateur de la psychologie scientifique aux USA étaient sans ambiguïté puisque, dans *Chidren Lies*, il déclarait : « *Nous devons dépasser le fétichisme de l'alphabet, de la table de multiplication, de la grammaire des gammes, du livre, déclarait-il, et nous devons nous dire que nos ancêtres étaient, il y a quelques générations, illettrés... Que Cornélie, Ophélie, Béatrice et même la bienheureuse Mère de Notre-Seigneur ne savaient ni lire ni écrire* ». Daniel Boorstin, qui cite ce passage, décrit bien le caractère prophétique des prévisions de Hall,: «*Prévoyant le déclin de la grammaire et le règne de la langue parlée dans l'Amérique du XXème siècle, il annonça aussi que la grammaire, la rhétorique et la syntaxe seraient remplacées par « les arts du langage » plus démocratiques et l'expression orale en public. D'après lui, la langue n'aurait jamais dû faire l'objet d'un enseignement formel. L'enfant devait être invité à parler, dire ses sentiments, quels qu'ils soient, de préférence avec toute la spontanéité et la fraîcheur de son langage à lui. Il devait « vivre dans un monde de discours sonore ». S'il était attaqué, on devait lui permettre de se défendre, ce qui, après tout, est naturel. En un mot,: l'enfant ne devait pas être ligoté, pris dans cette camisole de force qu'est la morale des adultes.* »[15]

Retour vers le futur

Si les USA ont été le centre de la dégénérescence pédagogique, ils ont simultanément produit des critiques de cette dégénérescence qui sont des plus pertinentes mais qui ont été soigneusement dissimulées ici par ceux qui justement ont repris ce que l'Amérique avait de pire. Ainsi, critiquant les thèses minimisant l'importance du calcul et en particulier de l'apprentissage de la division: *L'American Mathematical Society*[16] publiait en Février 1998 un rapport de son groupe de travail sur l'éducation où elle affirmait : « *We would like to emphasize that the standard algorithms of arithmetic are more than just « ways to get the answer »— that is, they have theoretical as well as practical significance* »

[15] In, D. Boorstin, *Histoire des Américains*, Editions Bouquins. L'expérience démocratique - Communautés Statistiques- Chapitre 27 : Non pas "méchant" mais "déviant".
[16] http://www.ams.org

Au même moment, plus de 100 Mathématiciens Californiens adressaient une lettre[17] à M. Reed, *Chancellor of the California State University System*, pour protester notamment contre le fait que l'on n'exige pas que les élèves entrant en collège sachent faire des divisions à la main et qu'on ne limite pas leurs capacités à faire des divisions où le diviseur n'a qu'un seul chiffre (« *The letter explicitly pointed out that the rejected Commission Standards « fail to require K-12 students ever to master long division when the divisor has more than a single digit.* »). Ces positions répondaient textuellement à la position « d'experts ». L'Amérique a aussi ses experts chargés de la mise en place de nouveaux programmes qui affirment : « *It's time to recognize that, for many students, real mathematical power, on the one hand, and facility with multidigit, pencil-and-paper computational algorithms, on the other, are mutually exclusive. In fact, it's time to acknowledge that continuing to teach these skills to our students is not only unnecessary, but counterproductive and downright dangerous*. »
En novembre 1999, est parue, sous la responsabilité entre autres des principaux mathématiciens qui avaient organisé la lettre à Reed, c'est-à-dire «*2+2= 4 Mathematically Correct* »[18] , une lettre ouverte à M. Riley[19] secrétaire d'Etat Américain à l'Education qui s'oppose directement aux spécifications de l'expert cité ci-dessus. Cette lettre a été co-signée, au niveau national, par plus de 200 chercheurs de toutes les spécialités, y compris quatre Prix Nobel et trois titulaires de son équivalent mathématique, c'est-à-dire des médailles Fields (Paul Cohen, Jones Vaughan et Edward Witten). Le 4 janvier 2000, le *Wall street Journal* a pris la défense des auteurs de la lettre dans son éditorial principal. Après avoir emporté de sérieux succès en Californie, 2+2 = 4 conforte son influence.
Silence radio sur tous les médias français et dans tous les organismes à vocation pédagogiques.
On finit par se demander si l'anti-américanisme de convenance ne consisterait pas essentiellement à cacher ce qu'à de positif l'expérience américaine. Et si l'innovation dont on nous rebat les oreilles n'avait d'autre objectif (non avoué) que le retour à la situation des années 1850 en France : on y distinguait les instituteurs et les super-instituteurs …… ceux qui savaient faire une division[20].

---

[17] http://www.mathematicallycorrect.com/reed.htm
[18] http://www.mathematicallycorrect.com

[19] http://www.mathematicallycorrect.com/riley.htm

[20] Pour plus de précisions sur les raisons pour lesquelles il est indispensable de savoir faire, à la main, une division, - notamment pour la compréhension de la suite du cursus mathématique - consulter le texte des mathématiciens James Milgram et David Klein "*The Role of Long Division in the K-12 Curriculum* " . On le trouve à:
ftp://math.stanford.edu/pub/papers/milgram/long-division/longdivsiondone.htm.
L'abstract introductif est le suivant : "We discuss the role of long division in the K - 12 mathematics curriculum. We begin by reviewing the reasons that most math educators today depreciate the topic and other topics in the curriculum that derive from it, such as polynomial long division or polynomial factorization. Later we show that this view is simply wrong mathematically. The role of long division is not just to divide one rational number by another, but the algorithm itself contains the initial exposure of topics which become crucial in the core applications of mathematics in our society today. Following the introduction, we discuss methods for teaching long division in such a way that the underlying concepts can be understood by students. We then provide more details about

the ways in which these concepts develop in later mathematics course, and why they are so important. “