

AVANT PROPOS

Vous trouverez ci-joint un cours « type » programme de cinquième basé évidemment sur les instructions officielles. Il est évidemment discutable (enfin il reste j'espère dans les limites du raisonnable...).

Toutes vos remarques (enfin presque toutes...) sont les bienvenues.

Notez que je n'ai pas encore enseigné ce cours (pas eu de cinquième depuis la mise en place du nouveau programme) donc je suis peut-être passé à côté de choses essentielles.

Quelques remarques :

1

J'ai utilisé pour les dessins le logiciel déclic95 (<http://home.nordnet.fr/~eostenne>)

Et je remercie notre collègue d'avoir répondu à mes questions sur le fonctionnement du logiciel.

2

Il ne s'agit pas d'une progression mais d'un cours basé sur les instructions officielles.

La numérotation que j'ai donnée aux fiches suit simplement un ordre qui me semble plaisant (et logique) à lire lorsque tous les cours sont complets.

Mes élèves utilisent un classeur pour le cours. On peut tout à fait commencer par la fiche 4 puis faire la fiche 2 pour revenir compléter quelques temps après la fiche 4 en fonction de la progression choisie

Mais si la plupart des fiches se veulent indépendantes d'une progression ce n'est quand même pas toujours le cas (utilisation d'équations, de la proportionnalité).

3

Le cours de géométrie peut sembler disproportionné par rapport aux deux autres parties. C'est dû en partie à la place que prennent les dessins, à un découpage qui sépare propriétés directes, propriétés caractéristiques, constructions pour un même polygone (ceci pour permettre de compléter les fiches tout au long de l'année quelle que soit la progression choisie) et au fait qu'il est effectivement plus important (en place) que les autres. Certaines fiches ne sont que le rappel du cours de sixième, il suffit peut-être de les photocopier et les distribuer aux élèves lors de l'utilisation d'exercices réutilisant ces cours.

Travaux numériques

Géométrie

Organisation et gestion de données.

SCHNEIDER Christophe

Prof à Kourou (Guyane française)

schneiderc@wanadoo.fr

1	Priorité des calculs.....	2
1.1	Sans parenthèses.....	2
1.2	Avec des parenthèses.....	2
1.3	Priorité et barre de fraction	2
2	Expressions numériques	3
2.1	Suppression du signe de la multiplication.....	3
2.2	Tester une expression numérique	3
3	Développement et factorisation.....	4
3.1	Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition	4
4	Nombres en écriture fractionnaire	5
4.1	Rappels :.....	5
4.2	Comparaison.....	5
4.3	Addition et soustraction	6
4.4	Multiplication	6
5	Nombres relatifs	7
5.1	Vocabulaire	7
5.2	Comparaison.....	7
5.3	Addition de nombres relatifs	7
5.4	Simplification d'écriture d'une suite d'additions	8
5.5	Soustraction de nombres relatifs	8
6	Initiation à la résolution d'équations	9
6.1	Généralité et test.....	9
6.2	Résolution des équations $x + a = b$ et $ax = b$	10
6.3	Résolution de $\frac{a}{x} = b$	10

1 Priorité des calculs

1.1 Sans parenthèses

- La multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction

Exemple : $A = 5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$
 $B = 3 + 8 : 2 = 3 + 2 = 5$

- S'il n'y a que des additions on fait les calculs dans l'ordre que l'on veut

Exemple : $C = 16 + 37 + 4 + 13 = 20 + 50 = 70$

- S'il n'y a que des additions et des soustractions, ou que des soustractions, on fait les calculs de gauche à droite (voir la remarque de la fiche 5, §5-4)

Exemples : $D = 10 - 4 + 3 = 6 + 3 = 9$
 $E = 16 - 5 - 9 = 11 - 9 = 2$

- S'il n'y a que des multiplications on fait les calculs dans l'ordre que l'on veut

Exemple : $F = 4 \times 6 \times 5 \times 5 = 20 \times 30 = 600$

- S'il n'y a que des multiplications et des divisions, ou que des divisions, on fait les calculs de gauche à droite.

Exemple : $G = 4 \times 9 : 3 \times 5 = 36 : 3 \times 5 = 12 \times 5 = 60$
 $H = 18 : 6 : 3 = 3 : 3 = 1$

1.2 Avec des parenthèses

On effectue d'abord les calculs qui sont dans les parenthèses (puis ceux entre crochets) ;

Exemples : $I = 3 \times (6 + 2) = 3 \times 8 = 24$
 $J = 2 \times [4 - (1 + 2)] = 2 \times (4 - 3) = 2 \times 1 = 2$
 $K = 18 : (6 : 3) = 18 : 2 = 9$

1.3 Priorité et barre de fraction

Les calculs au numérateur et au dénominateur sont prioritaires par rapport à la barre de fraction.

Exemples :
 $J = \frac{3 + 7}{4 + 2} = \frac{10}{6} \approx 1,67$

Pour faire le calcul avec la calculatrice il faut mettre des parenthèses : $(3 + 7) : (4 + 2) =$
et non pas $3 + 7 : 4 + 2 =$ qui est compris par la calculatrice comme $3 + \frac{7}{4} + 2$

2 Expressions numériques

2.1 Suppression du signe de la multiplication

Dans un produit, il est possible de supprimer le signe $\times$:

si le second facteur est une lettre :

$$3 \times x = 3x$$

$$a \times b = ab$$

si le second facteur commence par une parenthèse :

$$5 \times (3 + 5) = 5(3 + 5)$$

$$(4 + x) \times (3 + x) = (4 + x)(3 + x)$$

2.2 Tester une expression numérique

$$A = (3x + 2)(5 + x)$$

Calculer (ou tester) A pour $x = 4$ c'est calculer A en remplaçant x par 4 dans toute l'expression.

Si $x = 4$ on a :

$$A = (3 \times 4 + 2)(5 + 4) = 14 \times 9 = 126$$

$$B = 3x + 5y - 4$$

Tester B pour $x = 5$ et $y = 2$ c'est calculer B en remplaçant x par 5 et y par 2.

Si $x = 5$ et $y = 2$ on a :

$$B = 3 \times 5 + 5 \times 2 - 4 = 15 + 10 - 4 = 21$$

3 Développement et factorisation

3.1 Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

Propriété :

Quels que soient les nombres k , a et b on a :

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

De gauche à droite on « développe »

De droite à gauche on « factorise »

Exemples :

Développements

$$3(5 + 2) = 3 \times 5 + 3 \times 2$$

$$7(x - 4) = 7x - 7 \times 4 = 7x - 28$$

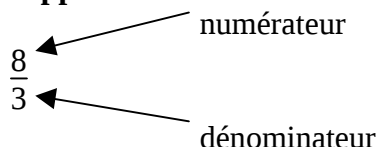
Factorisations

$$5 \times 13 - 5 \times 6 = 5 \times (13 - 6)$$

$$6x + 12 = 6 \times x + 6 \times 2 = 6(x + 2)$$

4 Nombres en écriture fractionnaire

4.1 Rappels :



Propriété : si on multiplie (ou divise) le numérateur et le dénominateur d'un nombre écrit sous forme fractionnaire par le même nombre, on ne change pas la valeur de la fraction.

Exemples :

$$\frac{15}{9} = \frac{15 \times 8}{9 \times 8} = \frac{120}{72}$$
$$\frac{15}{9} = \frac{15 : 3}{9 : 3} = \frac{5}{3}$$

Voir certaines utilisations de cette propriété dans les paragraphes suivants.

Autre utilisation : division où le diviseur n'est pas entier.

Effectuer la division de 15,683 par 6,36

$$\frac{15,683}{6,36} = \frac{15,683 \times 100}{6,36 \times 100} = \frac{1568,3}{636} \quad \text{maintenant le diviseur est entier. On sait effectuer ces divisions.}$$

4.2 Comparaison

Propriété :

Quand deux nombres sous forme fractionnaire ont le même dénominateur, le plus grand est celui qui a le plus grand numérateur.

Exemples :

$$\frac{5}{8} < \frac{6}{8}$$
$$\frac{15}{9} > \frac{12}{9}$$

Remarque : si les dénominateurs sont différents mais que l'un est multiple de l'autre, il suffit d'utiliser la propriété de 4-1 pour avoir le même dénominateur :

$$\frac{13}{5} \text{ et } \frac{40}{15} \quad 15 \text{ est un multiple de 5 car } 15 = 5 \times 3$$

$$\frac{13}{5} = \frac{13 \times 3}{5 \times 3} = \frac{39}{15} \text{ donc } \frac{13}{5} < \frac{40}{15}$$

$$\frac{148}{22} \text{ et } 5 \quad 5 = \frac{5}{1} = \frac{5 \times 22}{1 \times 22} = \frac{110}{22} \text{ donc } \frac{148}{22} > 5$$

4.3 Addition et soustraction

Propriété :

La somme(ou la différence) de deux nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur a pour numérateur la somme (ou la différence) des deux numérateurs, pour dénominateur le dénominateur commun.

Exemples :

$$\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8}$$
$$\frac{48}{7} - \frac{5}{7} = \frac{43}{7}$$
$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = \frac{14}{2}$$

Remarque : si les dénominateurs sont différents mais que l'un est multiple de l'autre, il suffit d'utiliser la propriété de 4-1 pour avoir le même dénominateur :

$$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} + \frac{7}{10} = \frac{6}{10} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{4}{3} + 7 = \frac{4}{3} + \frac{7}{1} = \frac{4}{3} + \frac{7 \times 3}{1 \times 3} = \frac{4}{3} + \frac{21}{3} = \frac{25}{3}$$

4.4 Multiplication

Propriété :

Le produit d'un nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ et d'un nombre décimal D a pour numérateur le produit $a \times D$ et pour dénominateur b.

Exemples :

$$\frac{8}{3} \times 5 = \frac{8 \times 5}{3} = \frac{40}{3}$$
$$6,2 \times \frac{2}{5} = \frac{6,2 \times 2}{5} = \frac{12,4}{5}$$

Propriété :

Le produit de deux nombres en écriture fractionnaire a pour numérateur le produit des numérateurs, pour dénominateur le produit des dénominateurs.

Exemples :

$$\frac{7}{8} \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times 5}{8 \times 3} = \frac{35}{24}$$
$$\frac{5,24}{2,1} \times \frac{2}{3} = \frac{10,48}{6,3}$$
$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{64}$$

5 Nombres relatifs

5.1 Vocabulaire

(+ 5) est (− 3) sont des nombres relatifs.

+ et − sont leurs signes.

5 et 3 sont leurs valeurs absolues.

(+ 5) est positif car son signe est +

(− 3) est négatif car son signe est −

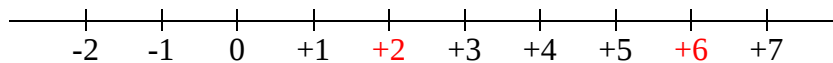
Deux nombres qui ont la même valeur absolue mais des signes différents sont appelés opposés. (+5) et (−5) sont deux nombres opposés.

5.2 Comparaison

Règle 1 :

- Si deux nombres sont positifs, le plus grand est celui qui a la plus grande valeur absolue.

Exemples :



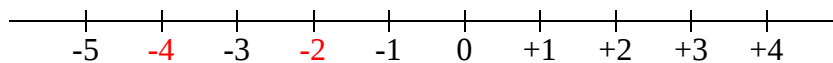
$$+2 < +6$$

$$+7,587 > +7,5849$$

Règle 2 :

- Si deux nombres sont négatifs le plus grand est celui qui a la plus petite valeur absolue

Exemples :



$$-4 < -2$$

Règle 3 :

- Si deux nombres sont de signes différents le plus grand est le nombre positif.

Exemple :



$$-3 < +2$$

$$+0,58 > -0,78$$

5.3 Addition de nombres relatifs

Règle 1 :

- La somme de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif de même signe et dont la valeur absolue est la somme des valeurs absolues.

Exemples : $A = (+4) + (+9) = (+13)$
 $B = (-6) + (-8) = (-14)$

Règle 2 :

- La somme de deux nombres relatifs de signes différents est un nombre relatif dont le signe est celui du nombre qui a la plus grande valeur absolue et dont la valeur absolue est la différence des valeurs absolues.

Exemples : $C = (+4) + (-7) = (-3)$
 $D = (+5) + (-2) = (+3)$

5.4 Simplification d'écriture d'une suite d'additions

Pour simplifier l'écriture d'une suite d'additions de relatifs, on peut : supprimer les signes opératoires des additions puis supprimer les parenthèses et enfin supprimer le signe du premier nombre s'il est positif.

Exemples : $(+3) + (-5) + (+6) = 3 - 5 + 6$ $(-5) + (+2) + (-8) = -5 + 2 - 8$

Pour effectuer un calcul écrit sous forme simplifiée, on peut revenir à l'écriture initiale.

Exemple : $-2 + 4 - 8 = (-2) + (+4) + (-8) = (-6) = -6$

Remarque :

Dans la fiche 1, on a vu que s'il y a une suite d'additions et de soustractions, il faut faire les calculs de gauche à droite. Mais il est aussi possible de considérer ce calcul comme une addition « simplifiée » de relatifs :

$16 - 6 + 7 = (+16) + (-6) + (+7)$ Puisqu'il s'agit d'additions, le calcul peut se faire dans l'ordre que l'on veut (mais ne pas oublier qu'il s'agit d nombre -6 et non pas 6)

5.5 Soustraction de nombres relatifs

Règle :

Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé.

$a - b = a + \text{opp } b = a + (-b)$ $-b$ signifie ici « opposé de b ». Si $b = -9$, $-b = +9$

Exemples : $A = (+3) - (+4) = (+3) + (-4) = (-1)$
 $B = (+5) - (-2) = (+5) + (+2) = (+7)$
 $C = (-3) - (+5) + (-6) = (-3) + (-5) + (-6) = (-14)$
 $D = (+1) - (+2) - (-4) = (+1) + (-2) + (+4) = (+3)$

6 Initiation à la résolution d'équations

6.1 Généralité et test

Définition :

Une équation est une égalité dans laquelle un ou plusieurs nombres sont inconnus. Ce(s) nombre(s) est (sont) appelé(s) inconnue(s) et remplacé(s) par une(des) lettre(s).

L'expression à gauche (à droite) du signe = est le membre gauche (droit)

Exemples :

$$4x + 2 = 10$$

$$3y = 4x - 2$$

$$(x + 7)(x - 5) = 0$$

Solution :

Un nombre est solution de $4x + 2 = 10$ si lorsque qu'on teste (voir fiche 2, §2-2), les deux membres de l'équation sont égaux.

◆ Parmi ces nombres y a-t-il des solutions de l'équation précédente : 5 ; 2 ; 1 ?

$$4 \times 5 + 2 = 22 \text{ donc } 5 \text{ n'est pas une solution.}$$

$$4 \times 2 + 2 = 10 \text{ donc } 2 \text{ est une solution}$$

$$4 \times 1 + 2 = 6 \text{ donc } 1 \text{ n'est pas une solution.}$$

◆ Parmi ces nombres, 2 ; 4, y a-t-il des solutions de : $3x + 1 = 4x - 3$?

$$3 \times 2 + 1 = 7 \text{ et } 4 \times 2 - 3 = 5$$

Les deux membres de l'équation ne sont pas égaux donc 2 n'est pas une solution.

$$3 \times 4 + 1 = 13 \text{ et } 4 \times 4 - 3 = 13$$

Les deux membres de l'équation sont égaux donc 4 est une solution

◆ Parmi ces nombres, 8 ; 5 ; -7 y a-t-il des solutions de $(x + 7)(x - 5) = 0$?

$$(8 + 7)(8 - 5) = 15 \times 3 = 45 \text{ donc } 8 \text{ n'est pas une solution.}$$

$$(5 + 7)(5 - 5) = 12 \times 0 = 0 \text{ donc } 5 \text{ est une solution}$$

$$(-7 + 7)(7 - 5) = 0 \times 2 = 0 \text{ donc } -7 \text{ est aussi une solution}$$

◆ Cas où il y a plusieurs inconnues différentes :

$$x = 2 \text{ et } y = 5 \text{ sont-elles solutions de } 3y = 4x - 2 ?$$

$$3 \times 5 = 15 \text{ et } 4 \times 2 - 2 = 6 \text{ donc elles ne sont pas solutions.}$$

$$\text{Et } x = 5 \text{ et } y = 6 ?$$

$$3 \times 6 = 18 \text{ et } 4 \times 5 - 2 = 18 \text{ donc ce sont bien des solutions.}$$

Définition : résoudre une équation c'est trouver toutes les solutions de cette équation.

6.2 Résolution des équations $x + a = b$ et $ax = b$

Règles

On peut ajouter, soustraire le même nombre dans les deux membres d'une équation sans en changer les solutions.

On peut multiplier, diviser, par le même nombre les deux membres d'une équation sans en changer les solutions.

Exemples :

$$x + 45 = 458$$

$$x + 45 - 45 = 458 - 45$$

$$x = 413$$

$$7 + x = 23$$

$$7 + x - 7 = 23 - 7$$

$$7 + x + (-7) = 23 - 7$$

$$x = 16$$

$$x - 5 = 12$$

$$x - 5 + 5 = 12 + 5$$

$$x + (-5) + 5 = 12 + 5$$

$$x = 17$$

Pour être sûr de ses calculs il faut vérifier en testant la valeur trouvée.

$$413 + 45 = 458$$

OK

$$7 + 16 = 23$$

OK

$$17 - 5 = 12$$

OK

Exemples :

$$5 \times x = 15$$

$$\frac{5 \times x}{5} = \frac{15}{5}$$

$$x = 3$$

$$3x = 16$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{16}{3}$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$48x = 3$$

$$\frac{48x}{48} = \frac{3}{48}$$

$$x = 0,125$$

$$\frac{x}{8} = 12$$

$$\frac{x}{8} \times 8 = 12 \times 8$$

$$x = 96$$

Dans le deuxième cas, si l'on veut une valeur exacte il faut utiliser l'écriture fractionnaire.

Pour vérifier s'il n'y a pas d'erreur il suffit de tester la valeur trouvée :

$$5 \times 3 = 15 \text{ OK}$$

$$3 \times \frac{16}{3} = \frac{48}{3} = 16 \text{ OK}$$

$$48 \times 0,125 = 3 \text{ OK}$$

$$\frac{96}{8} = 12 \text{ OK}$$

6.3 Résolution de $\frac{a}{x} = b$

On sait que l'on peut multiplier par le même nombre les deux membres de l'égalité sans en changer les solutions. Le nombre par lequel on multiplie peut être l'inconnue

Exemple 1 :

$$\frac{6}{x} = 3$$

$$\frac{6}{x} \times x = 3 \times x$$

$$6 = 3x$$

On revient à une équation du paragraphe 6-2

$$\frac{6}{3} = \frac{3x}{3}$$

$$2 = x$$

On vérifie : $\frac{6}{2} = 3$ OK

Exemple 2

$$\frac{125}{x} = 50$$

$$\frac{125}{x} \times x = 50x$$

$$125 = 50x$$

$$\frac{125}{50} = x$$

$$2,5 = x$$

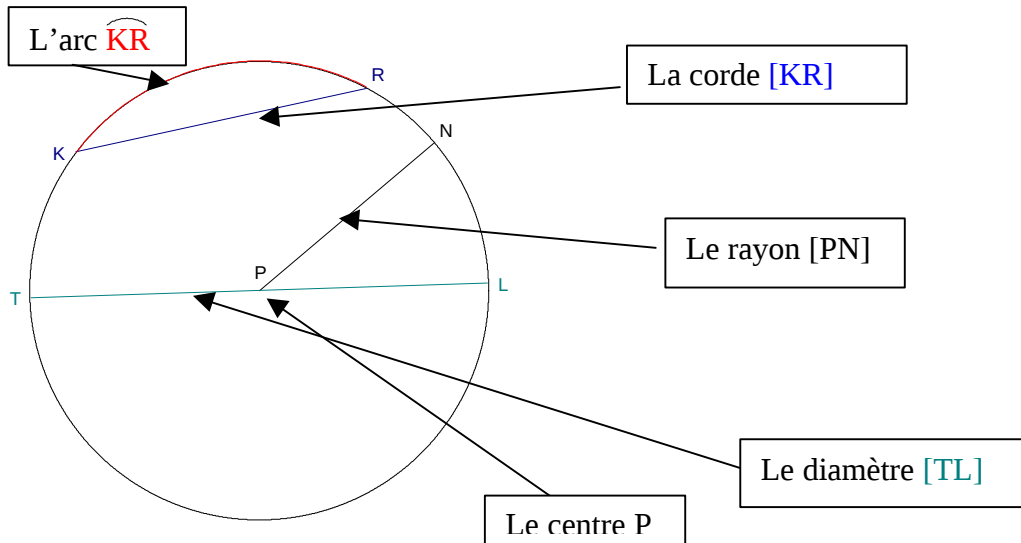
On vérifie : $\frac{125}{2,5} = 50$ OK

1	Le cercle.....	3
1.1	Vocabulaire et propriétés	3
1.2	Périmètre	3
	Aire.....	3
2	Angles	4
2.1	Angles adjacents.....	4
2.2	Angles complémentaires	4
2.3	Angles supplémentaires	4
2.4	Angles opposés par le sommet	5
	Angles et parallèles.	5
3	Le triangle	6
3.1	Vocabulaire	6
3.2	Inégalité triangulaire	6
3.3	Somme des angles	6
3.4	Aire d'un triangle.....	7
4	Le triangle isocèle.....	8
4.1	Définition	8
4.2	Propriétés	8
5	Le triangle équilatéral	9
5.1	Définition	9
5.2	Propriétés	9
6	Le triangle rectangle	10
6.1	Définition	10
6.2	Propriétés	10
7	Construction de triangle.....	11
8	Reconnaître un triangle isocèle ou équilatéral	13
9	Construire un triangle rectangle	14
10	Médiatrice, cercle circonscrit.....	15
10.1	Médiatrice.....	15
10.2	Médiatrices d'un triangle	16
11	La symétrie centrale.....	17
11.1	Définition	17
11.2	Constructions et propriétés.....	17
11.3	Centre de symétrie d'une figure	19
12	Vocabulaire sur les quadrilatères	20
12.1	Les sommets.....	20
12.2	Les côtés.....	20
12.3	Les diagonales	20
12.4	Les angles.....	20
12.5	Différentes formes	20
13	Parallélogramme.....	21
13.1	Définition et première propriété	21
13.2	Propriétés.....	21
13.3	Aire	22
14	Le rectangle.....	23
14.1	Définition	23
14.2	Propriétés.....	23
15	Le losange	24
15.1	Définition	24
15.2	Propriétés.....	24

16	Le carré	25
16.1	Définition	25
16.2	Propriétés.....	25
17	Reconnaître un parallélogramme.....	26
18	Construire un parallélogramme.....	27
19	Reconnaître un rectangle	29
19.1	A partir d'un quadrilatère.....	29
19.2	A partir d'un parallélogramme	29
20	Construction d'un rectangle	30
21	Reconnaître un losange.....	32
21.1	A partir d'un quadrilatère.....	32
21.2	A partir d'un parallélogramme	32
22	Construire un losange	33
23	Reconnaître et construire un carré.....	34
23.1	Reconnaître.....	34
23.2	Construire	34
24	Prisme droit.....	35
24.1	Description	35
24.2	Patron (développement) et aire.....	35
24.3	Volume.....	36
25	Cylindre de révolution	37
25.1	Description	37
25.2	Patron (développement) et aire.....	37
25.3	Volume.....	38

1 Le cercle.

1.1 Vocabulaire et propriétés



Le cercle C de centre P et de rayon 6 cm est l'ensemble de tous les points N tels que $NP = 6\text{ cm}$

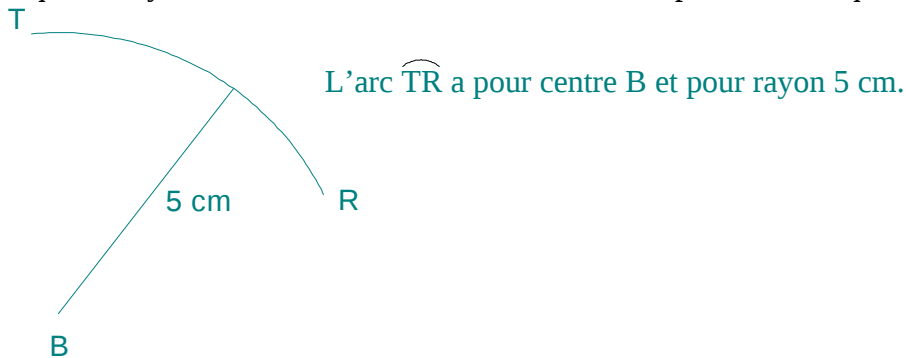
Propriété 1 :

Si $N \in C$ alors $NP = 6\text{ cm}$

Propriété 2(réciproque de la 1) :

Si $NP = 6\text{ cm}$ $N \in C$

Le disque de rayon 6 cm, de centre P est l'ensemble des points N tels que $PN \leq 6\text{ cm}$.

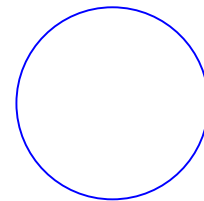


1.2 Périmètre

Le périmètre d'un cercle de rayon R est égal à $2 \times \pi \times R$.

Exemple : soit C un cercle de rayon 6 cm. Son périmètre vaut :

$$2 \times \pi \times 6 = 12 \times \pi \approx 37,7\text{ cm.}$$

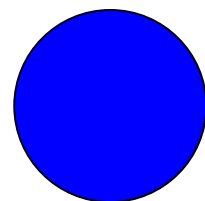


1.3 Aire

L'aire d'un disque de rayon R est égale à $\pi \times R \times R$ notée aussi $\pi \times R^2$.

Exemple : soit C un cercle de rayon 6 cm. Son aire est égale à :

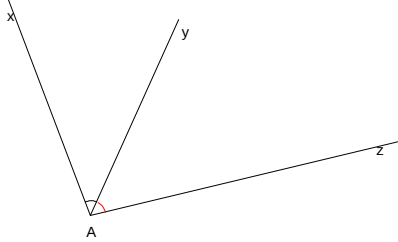
$$\pi \times 6^2 = \pi \times 36 \approx 113\text{ cm}^2$$



2 Angles

2.1 Angles adjacents

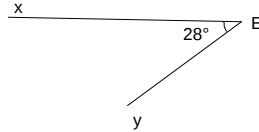
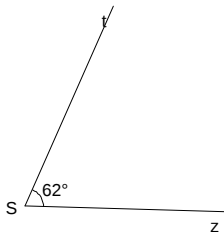
Définition : deux angles sont dits adjacents s'ils ont leur sommet et un côté en commun et s'ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.



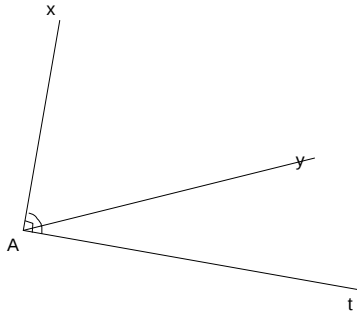
$\widehat{xAy}$ et $\widehat{yAz}$ sont adjacents.

2.2 Angles complémentaires

Définition : deux angles sont dits complémentaires si la somme de leurs mesures vaut 90° .



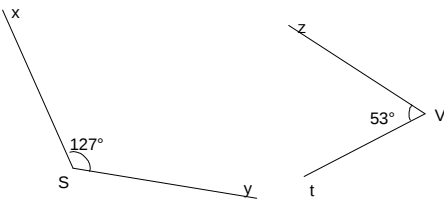
$\widehat{tSz} + \widehat{xEy} = 62 + 28 = 90^\circ$ donc
 $\widehat{tSz}$ et $\widehat{xEy}$ sont complémentaires.



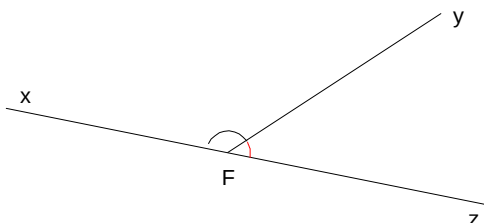
Les angles $\widehat{xAy}$ et $\widehat{yAt}$ sont complémentaires et adjacents.

2.3 Angles supplémentaires

Définition : deux angles sont dits supplémentaires si la somme de leurs mesures vaut 180° .



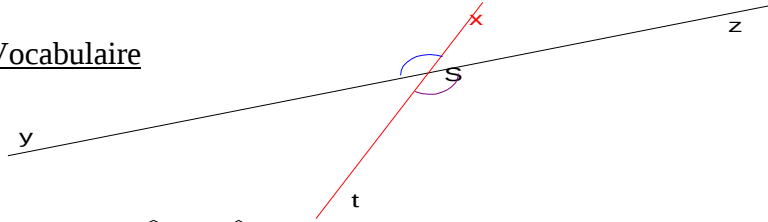
$\widehat{xSy} + \widehat{tVz} = 127^\circ + 53^\circ = 180^\circ$
 donc les angles $\widehat{xSy}$ et $\widehat{tVz}$ sont supplémentaires.



Les angles $\widehat{xFy}$ et $\widehat{yFz}$ sont
 supplémentaires et adjacents

2.4 Angles opposés par le sommet

Vocabulaire



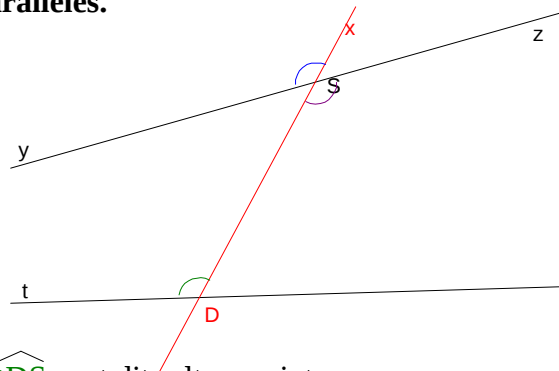
Les angles $\widehat{xSy}$ et $\widehat{tSz}$ sont dits opposés par le sommet.

Propriété : Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure.

$$\widehat{xSy} = \widehat{tSz}$$

2.5 Angles et parallèles.

Vocabulaire

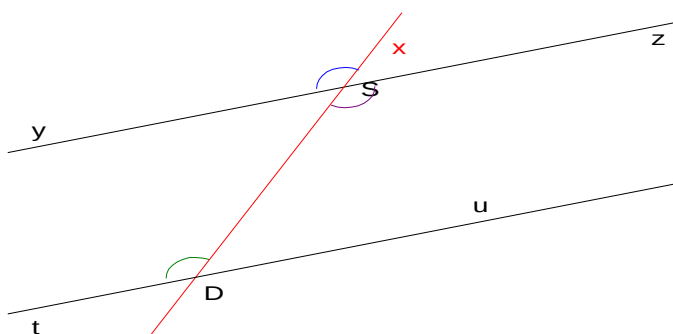


Les angles $\widehat{DSz}$ et $\widehat{tDS}$ sont dits alternes-internes.

Les angles $\widehat{xSy}$ et $\widehat{tDS}$ sont dits correspondants.

Propriété 1 : les angles alternes-internes formés par deux droites parallèles et une sécante sont de même mesure.

Propriété 2 : les angles correspondants formés par deux droites parallèles et une sécante sont de même mesure.



Les deux droites noires sont parallèles donc :

$$\widehat{tDS} = \widehat{DSz} \text{ car ils sont alternes-internes.}$$

$$\widehat{ySx} = \widehat{tDS} \text{ car ils sont correspondants.}$$

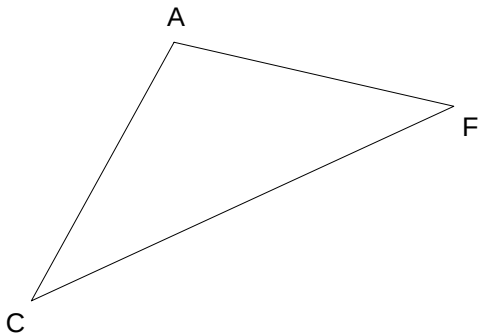
$$\widehat{ySD} = \widehat{SDu} \text{ car ils sont alternes-internes.}$$

Propriété 3 (réciproque de la propriété 1) : si les deux angles alternes-internes formés par deux droites et une sécante sont de même mesure alors ces deux droites sont parallèles.

Propriété 4 (réciproque de la propriété 2) : si les deux angles correspondants formés par deux droites et une sécante sont de même mesure alors ces deux droites sont parallèles.

3 Le triangle

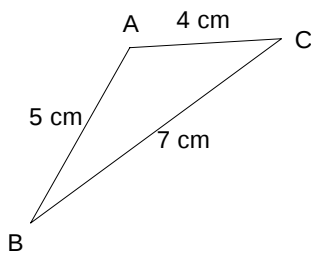
3.1 Vocabulaire



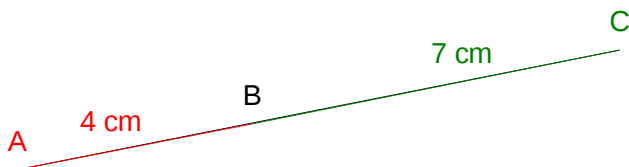
A, C et F sont les sommets du triangle.
 [AF] est le côté opposé à C.
 C est le sommet opposé à [AF].

3.2 Inégalité triangulaire

Propriété : Soit ABC un triangle alors on a $AB + BC > AC$



Propriété : Si B appartient au segment [AC] alors $AB + BC = AC$

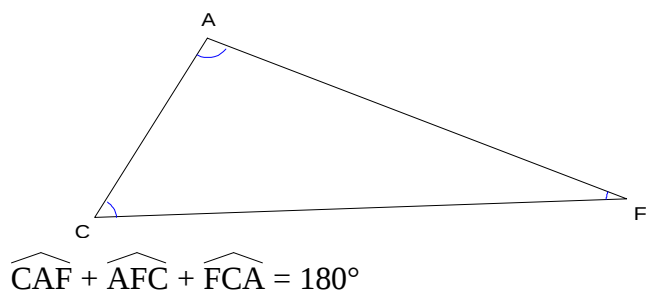


$B \in [AC]$ donc $AC = AB + BC = 4 + 7$

$AC = 11 \text{ cm}$

3.3 Somme des angles

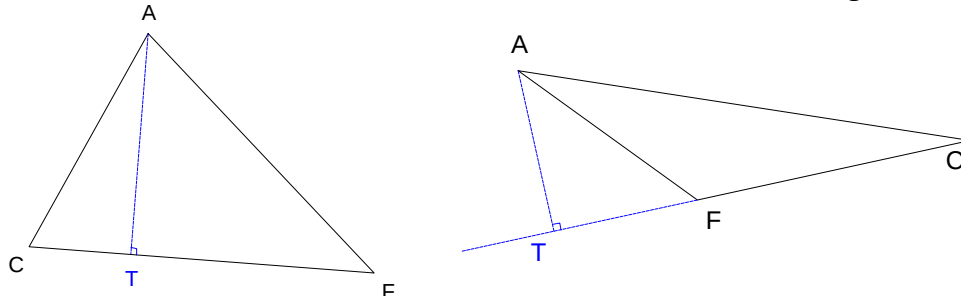
Propriété : la somme des angles d'un triangle est égale à 180° .



3.4 Aire d'un triangle.

Soit un triangle ACF. Soit la droite perpendiculaire à (CF) passant par A et T l'intersection de cette droite avec (CF).

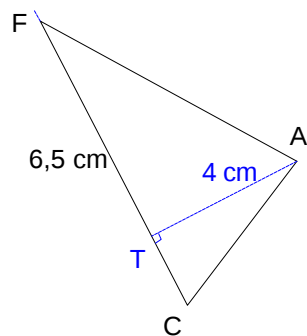
La hauteur relative à [CF] ou issue de A est cette droite et aussi la longueur AT.



AT est la hauteur relative à [CF] ou la hauteur issue de A.

Propriété : l'aire d'un triangle est égale au demi-produit de la longueur d'un côté par la hauteur qui lui est relative.

Exemple :

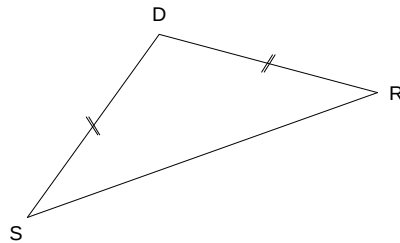


$$A_{CAF} = \frac{FC \times AT}{2} = \frac{6,5 \times 4}{2} = \frac{26}{2} = 13 \text{ cm}^2$$

4 Le triangle isocèle

4.1 Définition

Un triangle dont deux côtés sont égaux s'appelle un triangle isocèle.



SDR est un triangle isocèle en D.

Le troisième côté s'appelle la base. $[SD]$ est la base.

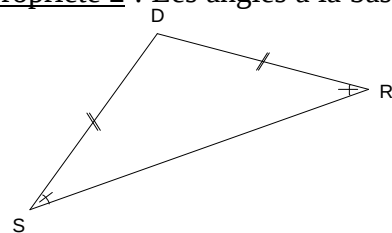
Les angles dont un des côtés est la base s'appellent les angles à la base. $\widehat{DSR}$ et $\widehat{SRD}$ sont les angles à la base.

Le sommet commun aux côtés de même mesure s'appelle le sommet principal. D est le sommet principal.

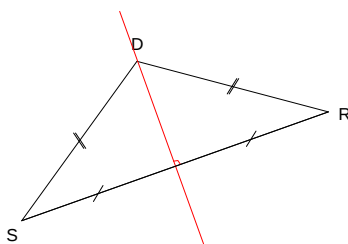
4.2 Propriétés

Propriété 1 : le triangle isocèle a deux côtés égaux.

Propriété 2 : Les angles à la base d'un triangle isocèle sont de même mesure.



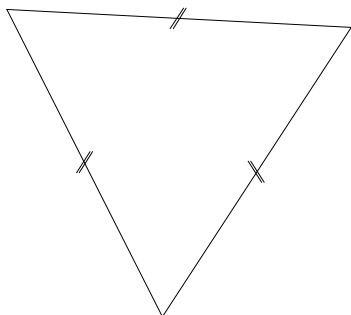
Propriété 3 : le triangle isocèle admet un axe de symétrie qui est la médiatrice de la base.



5 Le triangle équilatéral

5.1 Définition

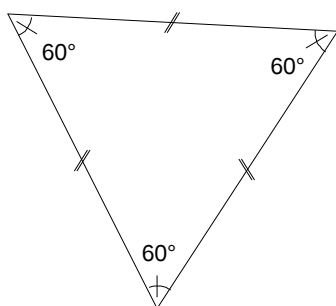
Un triangle dont les trois côtés ont la même mesure s'appelle un triangle équilatéral.



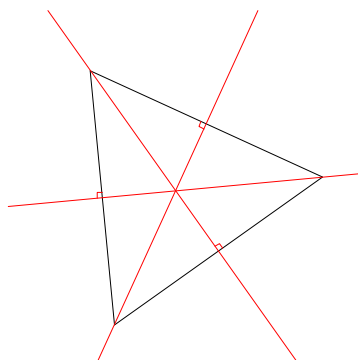
5.2 Propriétés

Propriété 1 : les côtés d'un triangle isocèle sont de même mesure.

Propriété 2 : les angles d'un triangle équilatéral sont de même mesure. Ils valent 60° .



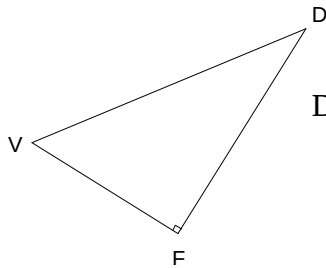
Propriété 3 : le triangle équilatéral admet trois axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés.



6 Le triangle rectangle

6.1 Définition

Un triangle dont un angle est droit s'appelle un triangle rectangle.



DVF est un triangle rectangle en F.

Les côtés dont une des extrémités est le sommet de l'angle droit s'appellent les côtés de l'angle droit. [VF] et [FD] sont les côtés de l'angle droit.

Le côté qui n'est pas un côté de l'angle droit s'appelle l'hypoténuse. [VD] est l'hypoténuse.

6.2 Propriétés

Propriété 1 : L'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus grand des trois côtés.

Propriété 2 : Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

$$\widehat{DVF} + \widehat{VDF} = 90^\circ$$

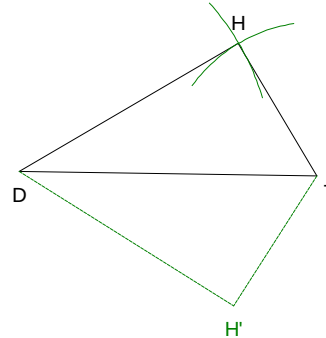
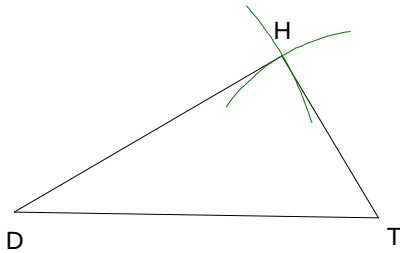
7 Construction de triangle

- Construction 1 : connaissant les mesures des trois côtés.

Construire DTH un triangle tel que $DT = 7$ cm, $TH = 4$ cm et $HD = 6$ cm.

Dessin à main levée

On trace $[DT]$. On trace un arc de cercle de centre D de rayon 6 cm et un arc de cercle de centre T de rayon 4 cm.



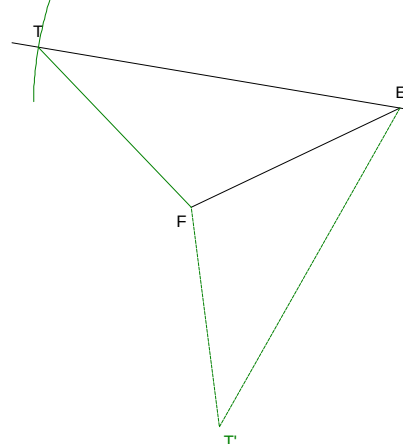
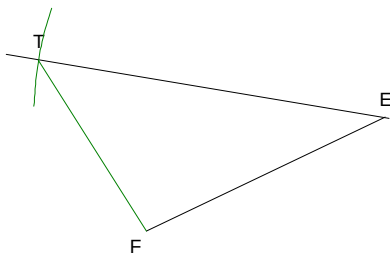
Remarque : lorsque $[DT]$ est dessiné il y a deux H possibles. Ils sont symétriques par rapport à (DT) .

- Construction 2 : connaissant la mesure de deux côtés et l'angle qu'ils forment.

Construire FET tel que $FE = 6$ cm, $ET = 8$ cm et $\widehat{FET} = 35^\circ$.

Dessin à main levée.

On trace $[FE]$ puis une demi-droite formant avec $[EF]$ un angle de 35° . Sur cette demi-droite on trace un arc de cercle de centre E et de rayon 8 cm. l'intersection donne T. On relie T et F.



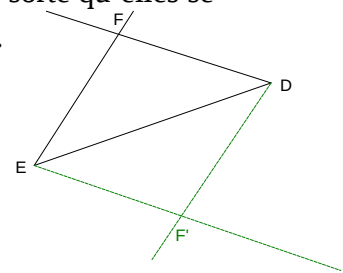
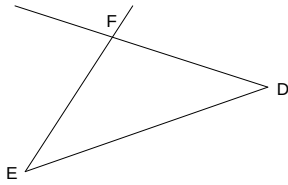
Remarque : quand $[FE]$ est tracé il y a deux possibilités pour T, symétriques par rapport à (FE) .

- Construction 3 : connaissant un côté et les deux angles dont il est un côté.

Construire EDF tel que $ED = 7$ cm, $\widehat{FED} = 38^\circ$ et $\widehat{EDF} = 57^\circ$

Dessin à main levée.

On trace $[ED]$ puis on dessine deux demi-droites $[Ex)$ et $[Dy)$ de telle sorte qu'elles se coupent et que $\widehat{xED} = 38^\circ$ et $\widehat{EDy} = 57^\circ$. Le point d'intersection est F.



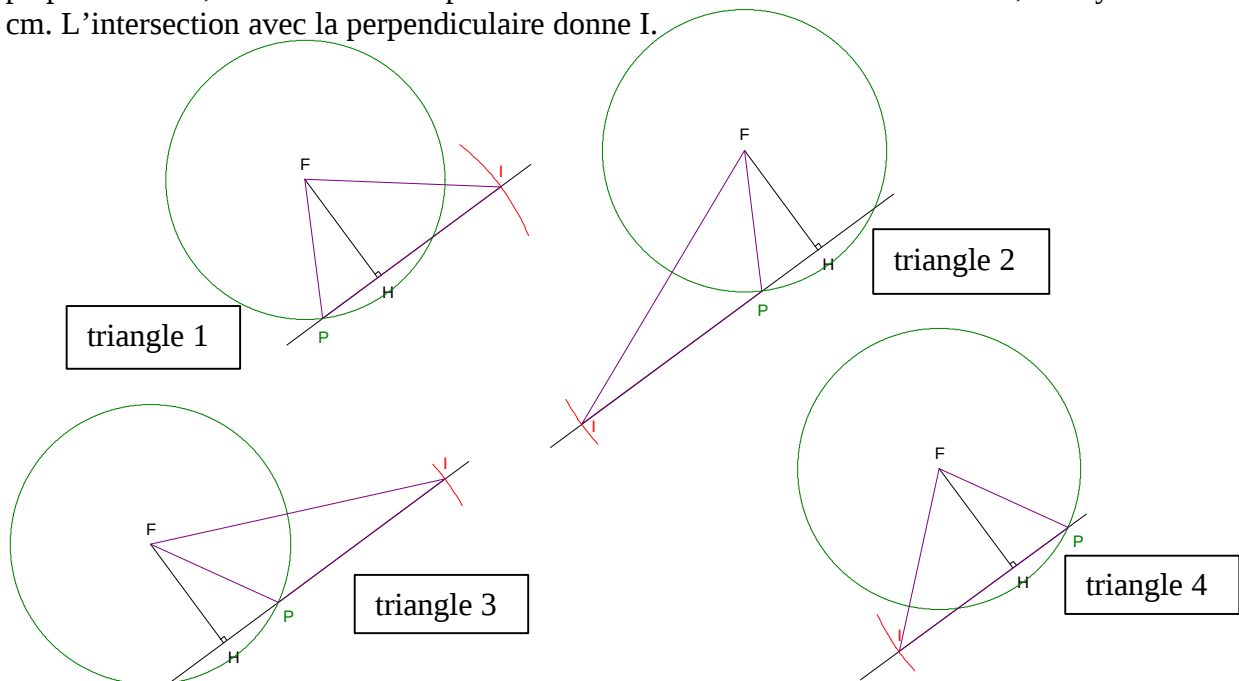
Remarque : après avoir tracé $[ED]$ il y a deux possibilités, symétriques par rapport à (ED) , pour F.

- Construction 4 : connaissant deux mesures de côtés et la hauteur relative à l'un de ces deux côtés.

Construire PIF tel que $PI = 7$ cm, $PF = 6$ cm et FH la hauteur relative à $[PI]$ valant 5cm.

Dessin à main levée

On dessine $[FH]$ mesurant 5 cm. On trace la perpendiculaire à (FH) en H puis le cercle de centre F de rayon 6 cm. P peut être n'importe quelles des intersections avec la perpendiculaire, on en choisit une pour P. On trace un arc de cercle de centre P, de rayon 7 cm. L'intersection avec la perpendiculaire donne I.



Remarque : $[FH]$ tracé il y a quatre possibilités de triangles.
Les triangles 1 et 4 sont symétriques par rapports à (FH) .
Les triangles 2 et 3 sont symétriques par rapports à (FH) .

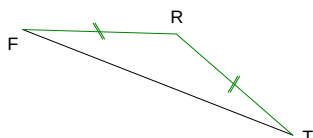
Tous ces triangles ont la même aire : $\frac{PI \times FH}{2} = \frac{7 \times 5}{2} = 17,5 \text{ cm}^2$.

8 Reconnaître un triangle isocèle ou équilatéral

Supposons que l'on ait un triangle. Que doit-il avoir de particulier pour qu'être isocèle ou équilatéral ?

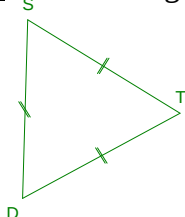
▪ Sur les côtés :

Propriété 1 : Si un triangle a deux côtés de la même mesure alors il est isocèle.



$RF = RT$
donc
RFT est isocèle en R.

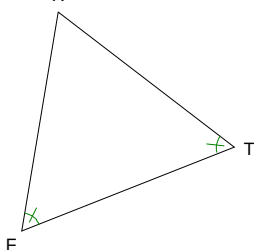
Propriété 2 : Si un triangle a ses trois côtés de même mesure alors il est équilatéral.



$ST = DT = SD$
donc
SDT est équilatéral.

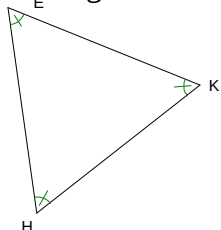
▪ Sur les angles :

Propriété 3 : Si un triangle a deux angles de même mesure alors il est isocèle.



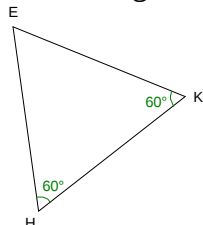
$\widehat{RFT} = \widehat{FTR}$
donc
RFT est isocèle en R

Propriété 4 : Si un triangle a ses trois angles égaux alors il est équilatéral.



$\widehat{EHK} = \widehat{HKE} = \widehat{KEH}$
donc
EHK est équilatéral.

Propriété 5 : Si un triangle a deux angles mesurant 60° alors il est équilatéral.



$\widehat{EHK} = \widehat{HKE} = 60^\circ$
donc
EHK est équilatéral.

Propriété 6 : Si un triangle a un axe de symétrie alors il est isocèle.

Propriété 7 : Si un triangle a deux axes de symétrie alors il est équilatéral.

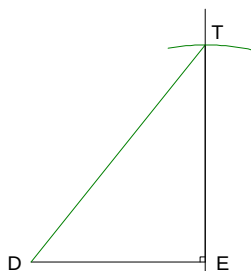
9 Construire un triangle rectangle

- Construction 1 : Connaissant les deux côtés de l'angle droit.

Construire DET rectangle en E tel que $DE = 5 \text{ cm}$ et $ET = 7 \text{ cm}$.

Dessin à main levée.

C'est un cas particulier de la construction 2 de la fiche 21 avec l'angle $\widehat{DET} = 90^\circ$.

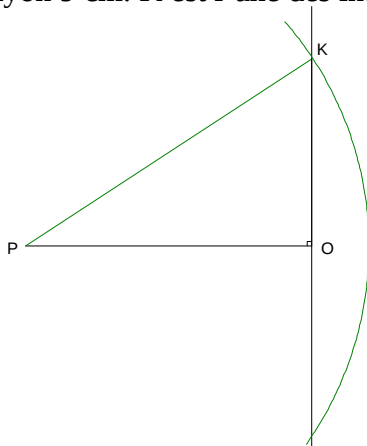


- Construction 2 : connaissant un côté de l'angle droit et l'hypoténuse.

Construire POK rectangle en O tel que $PO = 6 \text{ cm}$ et $PK = 9 \text{ cm}$.

Dessin à main levée.

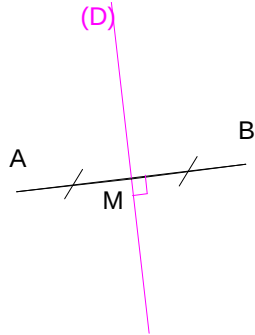
On trace $[PO]$ puis la perpendiculaire à (PO) passant par O. On trace le cercle de centre P de rayon 9 cm. K est l'une des intersections avec la perpendiculaire.



10 Médiatrice, cercle circonscrit.

10.1 Médiatrice

Définition : la médiatrice d'un segment $[AB]$ est la droite perpendiculaire à (AB) et passant par le milieu de $[AB]$.

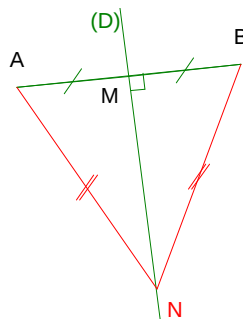


Propriété 1 : la médiatrice d'un segment est un axe de symétrie pour ce segment

Propriété 2 :

Si N est un point de la médiatrice de $[AB]$ alors $NA = NB$.

N appartient à la médiatrice de $[AB]$

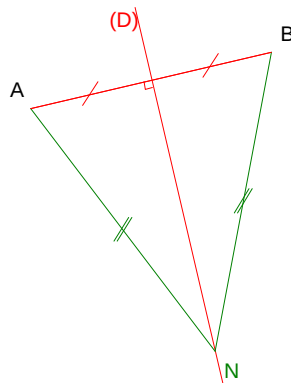


donc
 $NA = NB$

Propriété 3 (réciproque de la précédente) :

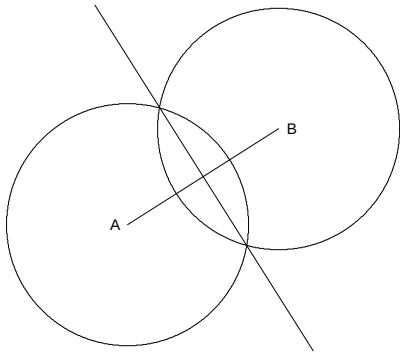
Si $NA = NB$ alors N est un point de la médiatrice de $[AB]$.

$NA = NB$



donc N appartient à la médiatrice de $[AB]$

- ❑ **Construction** : Pour construire la médiatrice de $[AB]$, il suffit de tracer deux cercles de même rayon (rayon supérieur à $\frac{AB}{2}$) et de centre A et B. Puis on relie les intersections des deux cercles.

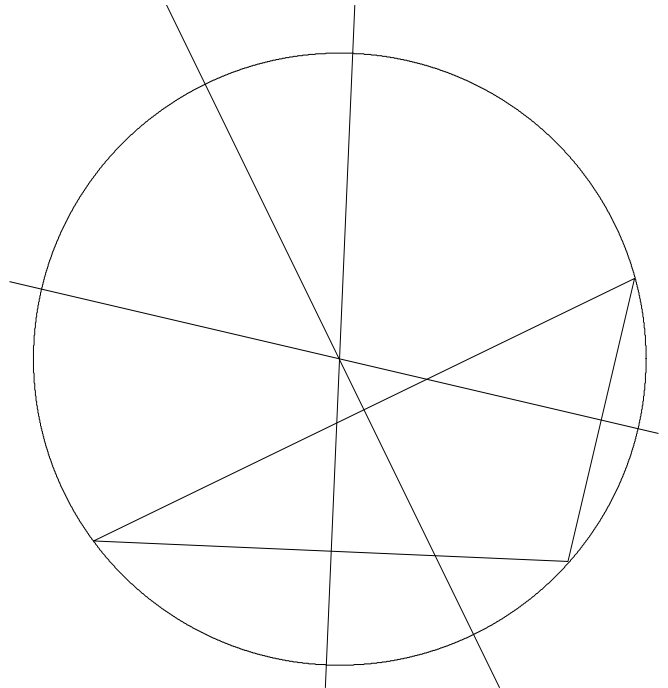
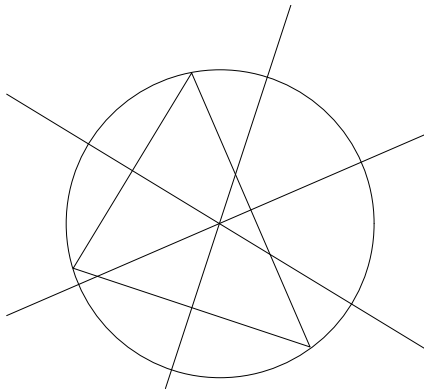


10.2 Médiatrices d'un triangle

Propriété :

Les trois médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes. Le point d'intersection est le centre d'un cercle passant par les trois sommets du triangle.

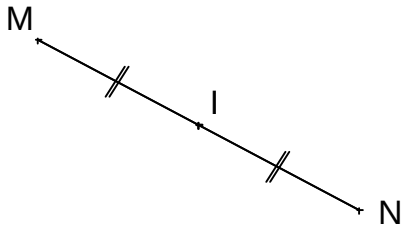
Définition : Ce cercle s'appelle le cercle circonscrit au triangle ;
Le triangle est dit inscrit dans le cercle.



11 La symétrie centrale

11.1 Définition

Soit M et I deux points. L'image (ou le symétrique) du point M dans la symétrie centrale de centre I est le point N tel que I est le milieu du segment $[MN]$.



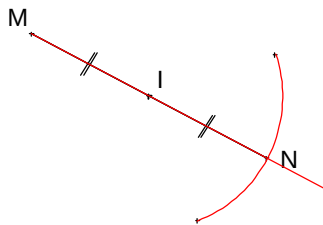
L'image du point I est lui-même. C'est le seul point qui reste invariant (qui est sa propre image) dans la symétrie de centre I .

11.2 Constructions et propriétés

□ Construction 1 :

Soit I et M . Construire N l'image de M dans la symétrie de centre I

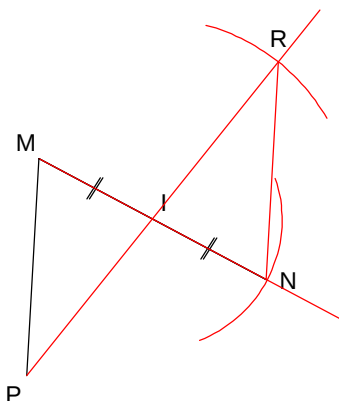
On trace la demi-droite $[MI]$ puis on trace l'arc de cercle de centre I et de rayon IM qui coupe la demi-droite en N (et en M ..)



□ Construction 2 :

Soit I , M et P . Construire l'image du segment $[MP]$ dans la symétrie centrale de centre I .

On construit l'image de M puis l'image de P . On trouve ainsi les extrémités de l'image du segment.

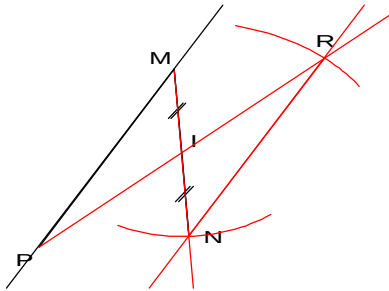


Propriété : l'image d'un segment dans une symétrie centrale est un segment de même longueur (la symétrie centrale conserve les distances).

□ Construction 3 :

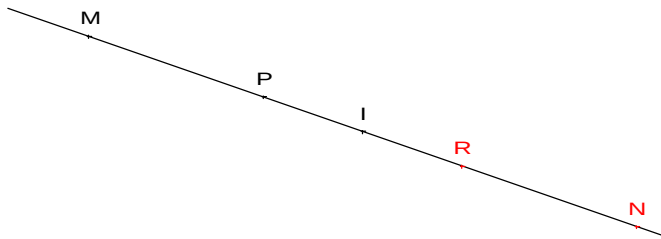
Soit I et une droite D . Construire l'image de D dans la symétrie centrale de centre I .

On choisit deux points sur la droite D M et P et on procède comme dans la construction 2 mais on trace la droite (RN) au lieu de tracer le segment.



Propriété : l'image dans une symétrie centrale est une droite qui lui est parallèle.

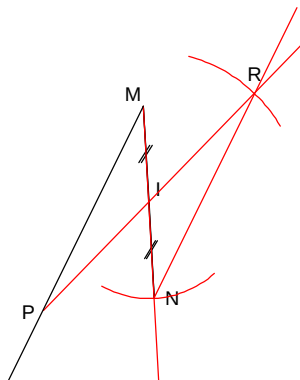
Cas particulier : si I appartient à la droite D , la droite D est sa propre image. Elle est dite globalement invariante.



□ Construction 4 :

Soit I et $[Mx)$ une demi-droite. Construire l'image de $[Mx)$ dans la symétrie centrale de centre I .

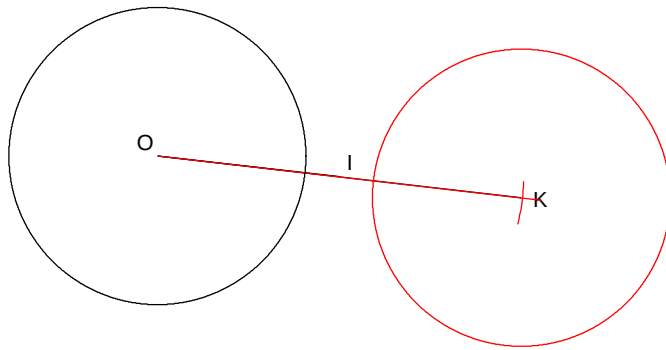
On choisit un point P sur $[Mx)$ et on procède comme pour la construction 2 mais on trace la demi-droite $[NR)$ au lieu du segment.



□ Construction 5 :

Soit I et C un cercle de centre O et de rayon r . Construire l'image de C dans la symétrie centrale de centre I

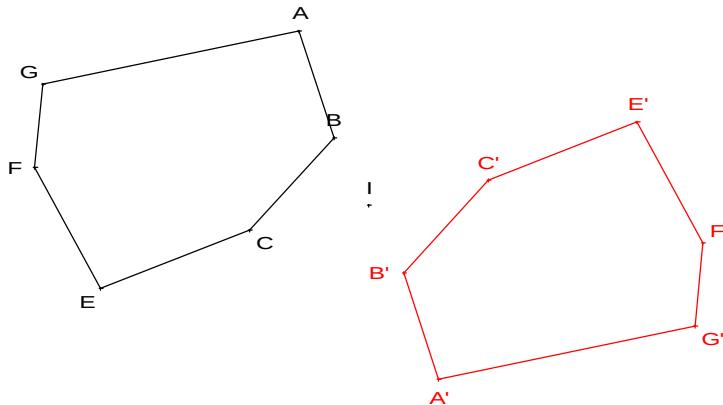
On construit l'image K du point O puis on trace le cercle de centre K, de rayon r.



□ Construction 6 :

Soit I et un polygone. Construire l'image du polygone par la symétrie centrale de centre I.

On construit l'image de chaque sommet du polygone pour construire les images des côtes du polygone.



Propriété : l'image d'un angle est un angle de même mesure (la symétrie centrale conserve la mesure des angles)

$$\text{ici } \widehat{GAB} = \widehat{G'A'B'}$$

Propriété : l'image d'une figure géométrique est une figure géométrique ayant la même aire (la symétrie centrale conserve la mesure des aires).

11.3 Centre de symétrie d'une figure

Définition : un point K est le centre de symétrie d'une figure si la figure est sa propre image dans la symétrie centrale de centre K.

Exemples :

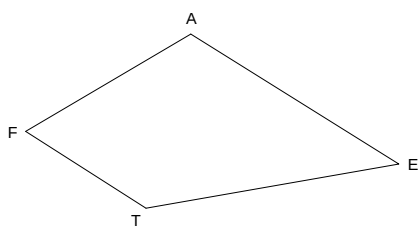
Tout point d'une droite est un centre de symétrie de cette droite.

Le centre d'un cercle est un centre de symétrie pour ce cercle.

Voir les fiches parallélogramme, rectangle, losange, carré.

12 Vocabulaire sur les quadrilatères

12.1 Les sommets



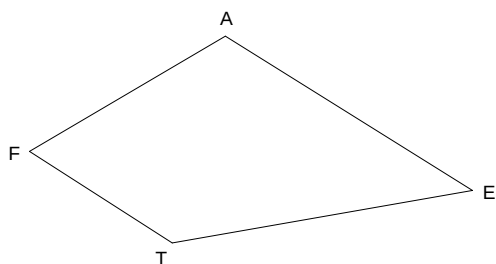
Des sommets qui sont les extrémités d'un même côté sont dits consécutifs

A et F sont consécutifs

Des sommets n'étant pas les extrémités d'un même côté sont dits opposés.

A et T sont opposés.

12.2 Les côtés



Des côtés sans sommet commun sont opposés.

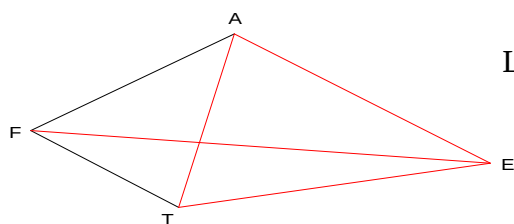
[AF] et [TE] sont des côtés opposés.

Des côtés avec un sommet commun sont consécutifs.

[AF] et [FT] sont consécutifs.

12.3 Les diagonales

Les diagonales sont les deux segments dont les extrémités sont les sommets opposés.

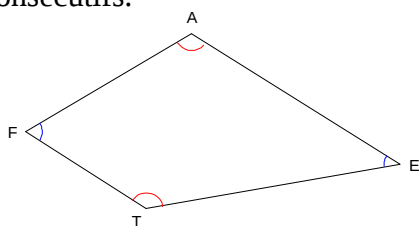


Les diagonales sont [AT] et [FE].

12.4 Les angles

Les angles dont les sommets sont les sommets opposés sont dits opposés

Les angles dont les sommets sont les sommets consécutifs sont dits consécutifs.

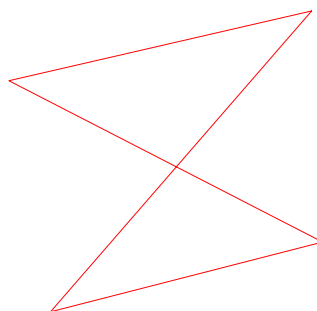
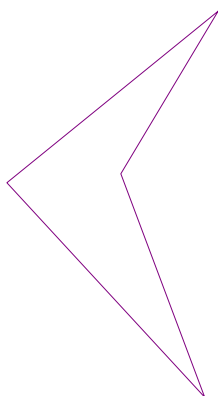
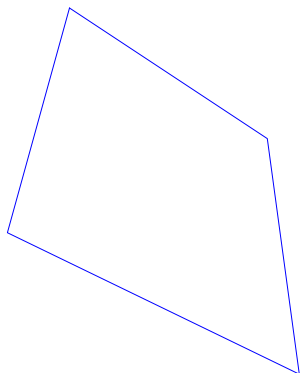


$\widehat{FAT}$ et $\widehat{FTE}$ sont opposés.

$\widehat{FAT}$ et $\widehat{AFT}$ sont consécutifs

12.5 Différentes formes

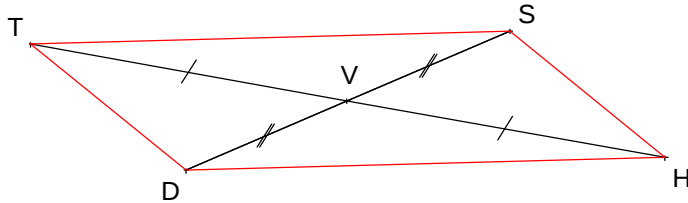
Dans chacun des trois cas AFRT est un quadrilatère. Dans le dernier cas on dit qu'il est croisé (ce sont deux côtés opposés qui se coupent et non pas les diagonales).



13 Parallélogramme

13.1 Définition et première propriété

Définition : un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales ont le même milieu.



Propriété : Dans un parallélogramme, l'intersection des diagonales est un centre de symétrie pour la figure.

13.2 Propriétés

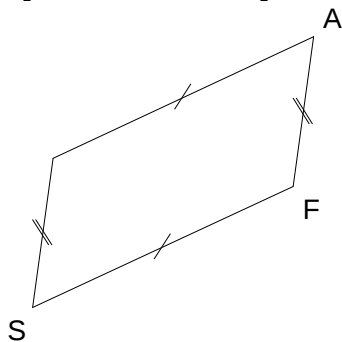
- Sur les diagonales :

Propriété 1 : Dans un parallélogramme les diagonales ont même milieu.

- Sur les côtés :

Propriété 2 : Dans un parallélogramme les côtés ont des supports parallèles.

Propriété 3 : Dans un parallélogramme les côtés opposés ont la même mesure.

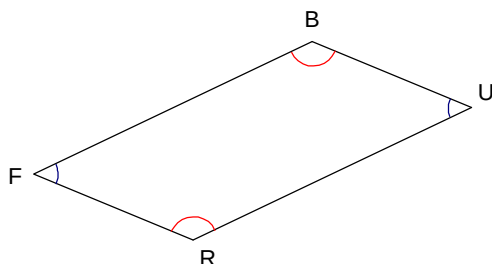


$(AK) \parallel (SF)$
 $(KS) \parallel (AF)$
 $AK = SF$
 $AF = KS$

- Sur les angles :

Propriété 4 : Dans un parallélogramme, les angles opposés sont de même mesure.

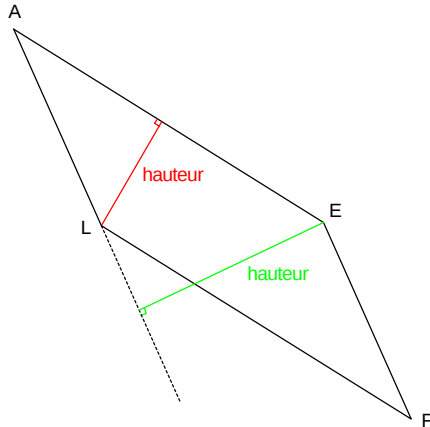
Propriété 5 : Dans un parallélogramme, les angles consécutifs sont supplémentaires.



$\widehat{FBU} = \widehat{FRU}$ $\widehat{BFR} = \widehat{BUR}$
 $\widehat{FBU} + \widehat{BFR} = 180^\circ$

13.3 Aire

Les hauteurs d'un parallélogramme sont les « distances » entre deux côtés opposés.



La hauteur **rouge** est la hauteur relative aux côtés [AE] et [LF].

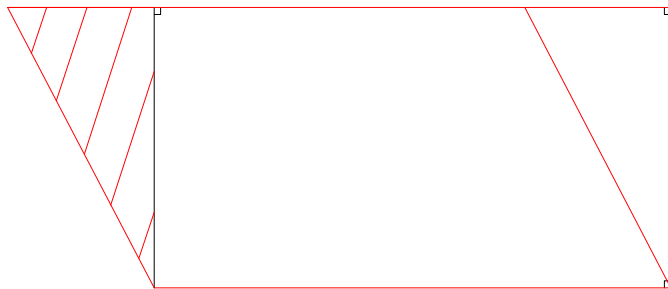
La hauteur **verte** est la hauteur relative aux côtés [AL] et [EF].

Les deux hauteurs n'ont pas obligatoirement la même valeur.

Propriété : l'aire d'un parallélogramme est le produit de la mesure d'un côté par la hauteur qui lui est relative.

Exemple : Soit FTL D un parallélogramme dont le côté [FT] mesure 8 cm et dont la hauteur relative à ce côté est 5 cm.

$$A_{\text{FTLD}} = \text{FT} \times h_{\text{FT}} = 8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$$

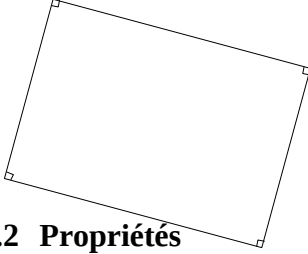


L'aire du parallélogramme est égale à celle du rectangle.

14 Le rectangle

14.1 Définition

Le rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits.



14.2 Propriétés

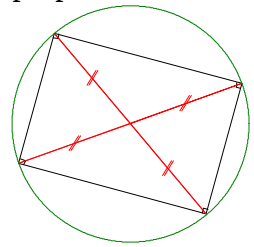
- Sur les diagonales :

Propriété 1 : Dans un rectangle, les diagonales ont le même milieu

Cela signifie que le rectangle est un parallélogramme particulier. Il a toutes les propriétés du parallélogramme plus certaines qui lui sont propres (marquées d'un *).

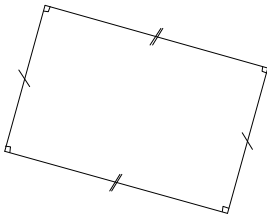
Propriété 2 (*) : Dans un rectangle, les diagonales sont de la même mesure.

Propriété 3 (*) : Il existe un cercle passant par les quatre sommets d'un rectangle et dont le centre est l'intersection des diagonales. Ce cercle est appelé cercle circonscrit au rectangle.



- Sur les côtés :

Propriété 4 : Dans un rectangle, les côtés opposés sont de la même mesure.



Propriété 5 : Dans un rectangle, les supports des côtés sont parallèles.

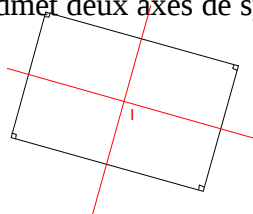
- Sur les angles :

Propriété 6 (*) : Dans un rectangle, les quatre angles sont droits.

- Sur les symétries :

Propriété 7 : Le rectangle admet un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

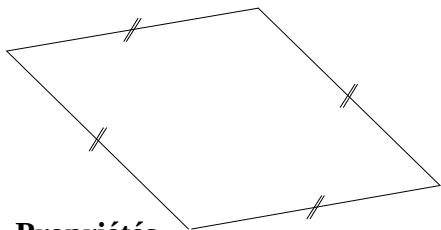
Propriété 8 (*) : Le rectangle admet deux axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtés.



15 Le losange

15.1 Définition

Le losange est un quadrilatère dont les quatre côtés sont de la même mesure.



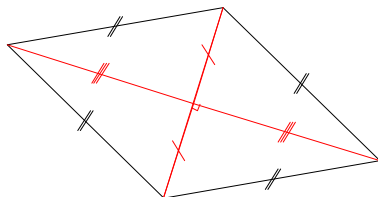
15.2 Propriétés

- Sur les diagonales :

Propriété 1 : Dans un losange, les diagonales ont le même milieu.

Cela signifie que le losange est un parallélogramme particulier. Il a toutes les propriétés du parallélogramme plus certaines qui lui sont propres (marquées d'un *).

Propriété 2 (*) : Dans un losange, les supports des diagonales sont perpendiculaires.



- Sur les côtés :

Propriété 3 (*) : Dans un losange, les quatre côtés sont de la même mesure.

Propriété 4 : Dans un losange, les supports des côtés opposés sont parallèles.

- Sur les angles :

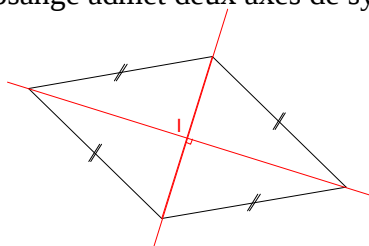
Propriétés 5 : Dans un losange, les angles opposés sont de la même mesure.

Propriété 6 : Dans un losange, les angles consécutifs sont supplémentaires.

- Sur les symétries :

Propriété 7 : Le losange admet un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

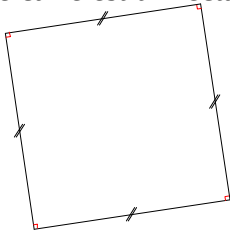
Propriété 8 : Le losange admet deux axes de symétrie qui sont les supports des diagonales.



16 Le carré

16.1 Définition

Le carré est un rectangle et un losange.



Il a donc toutes les propriétés du parallélogramme plus celles propres aux rectangles (*) plus celles propres aux losanges (**).

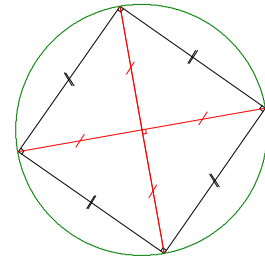
16.2 Propriétés

- Sur les diagonales :

Propriété 1 : Dans un carré, les diagonales ont le même milieu.

Propriété 2 (*): Dans un carré, les diagonales ont la même longueur.

Propriété 3 (**): Dans un carré, les diagonales sont perpendiculaires.



Propriété 4 (*) : Le carré a un cercle circonscrit dont le centre est l'intersection des diagonales.

- Sur les côtés :

Propriétés 5 (**): Dans un carré, les 4 côtés sont de même mesure.

Propriété 6 : Dans un carré, les supports des côtés opposés sont parallèles.

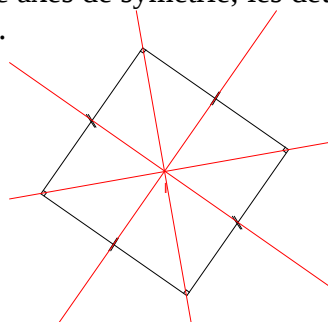
- Sur les angles :

Propriété 7 (*) : Dans un carré, les 4 angles sont droits.

- Sur les symétries :

Propriété 8 : le carré admet un centre de symétrie qui est l'intersection des diagonales.

Propriété 9 (*,**) : le carré admet quatre axes de symétrie; les deux médiatrices des côtés (*) et les deux supports des diagonales (**).

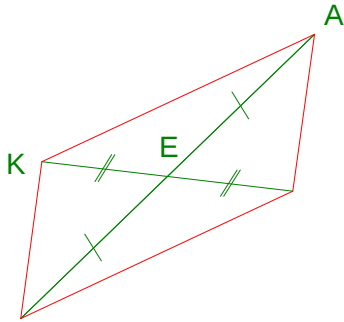


17 Reconnaître un parallélogramme

Supposons que l'on ait un quadrilatère. Que doit-il avoir de particulier pour que nous soyons sûr qu'il est un parallélogramme ?

- Sur les diagonales :

Propriété 1 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu alors c'est un parallélogramme.

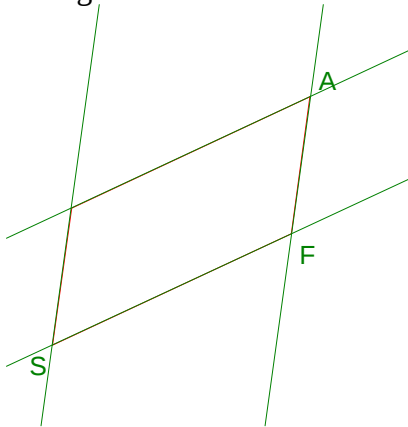


[AS] et [KF] ont le même milieu E

AFSK est un parallélogramme.

- Sur les côtés :

Propriété 2 : Si un quadrilatère a les supports de ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.



(AF) // (KS) et (KA) // (SF)
donc

AFKS est un parallélogramme.

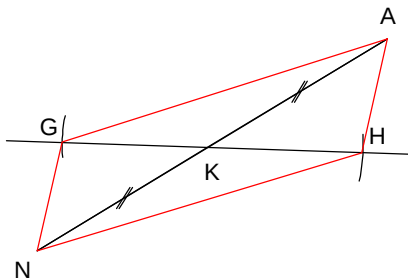
18 Construire un parallélogramme

- ❑ Construction 1 : construire un parallélogramme dont on connaît les mesures des diagonales.

Construire AGNH parallélogramme tel que $AN = 8\text{cm}$ et $GH = 5\text{ cm}$

Dessin à main levée

On trace $[AN]$. On place K le milieu de ce segment et on trace un segment $[GH]$ de 5 cm ayant K pour milieu (2,5 cm de chaque côté).



Second dessin avec mêmes diagonales mais angles différents.

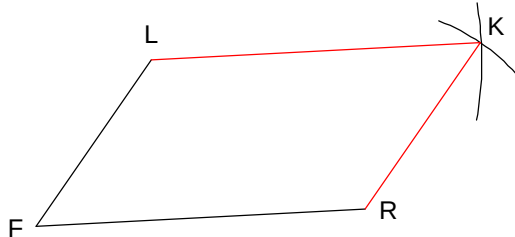
Remarque : il y a une infinité de parallélogrammes différents ayant des diagonales de mesure 8 cm et 5 cm

- ❑ Construction 2 : construire un parallélogramme à partir de la mesure de ses côtés.

Construire un parallélogramme LFRK tel que $LF = 5\text{cm}$ et $FR = 6\text{ cm}$.

❑ Dessin à main levée.

On trace les segments $[LF]$ et $[FR]$. Puis avec le compas on trace l'arc de cercle de centre R et de rayon LF puis l'arc de centre L de rayon FR de sorte à ce que les deux arcs se coupent en un point K formant un quadrilatère LFRK non croisé. On obtient ainsi le parallélogramme.



Autre dessin avec mêmes mesures de côtés mais angles différents.

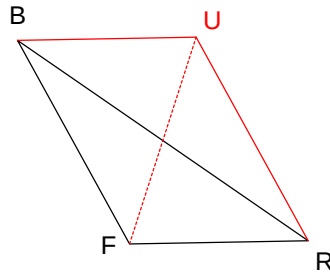
Remarque : il y a une infinité de parallélogrammes différents ayant pour mesures de côtés 5 et 6 cm.

- ❑ Construction 3 : Construire un parallélogramme connaissant la longueur de ses côtés et la longueur d'une de ses diagonales.

Construire un parallélogramme BFRU sachant que $BF = 7\text{ cm}$, $FR = 5\text{ cm}$ et $BR = 8\text{ cm}$.

dessin à main levée

On dessine le triangle (fiche 7 construction 1) BFR puis on trace U (on peut utiliser la construction 1 ou la 2).

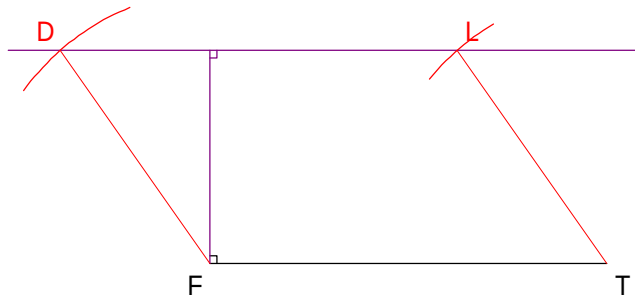


- Construction 4 : construire un parallélogramme connaissant la mesure de ses côtés et une hauteur.

Construire le parallélogramme FTL D sachant que $FT = 8\text{cm}$, $TL = 6\text{cm}$ et que la hauteur relative à $[FT]$ vaut 5cm .

Dessin à main levée.

On construit $[FT]$ puis on trace (à partir de F) un segment perpendiculaire à (FT) mesurant 5 cm . On trace à l'autre extrémité de ce segment la perpendiculaire à ce segment (qui sera donc parallèle à (FT)). On trace deux arcs deux cercle de rayon 8 cm et de centre F puis T (on les trace tous les deux « vers la droite » ou tous le deux « vers la gauche »). Les intersections avec la droite parallèle donnent D et L.



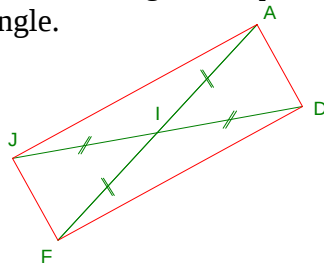
19 Reconnaître un rectangle

19.1 A partir d'un quadrilatère.

Supposons que l'on ait un quadrilatère. Que doit-il avoir de particulier pour que nous soyons sûr qu'il est un rectangle ?

- Sur les diagonales:

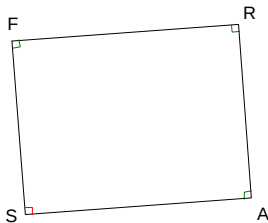
Propriété 1 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et qui ont la même longueur alors c'est un rectangle.



I est le milieu de [AF] et de [JD],
 $AF = JD$
 donc
ADFJ est un rectangle.

- Sur les angles :

Propriété 2 : Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un rectangle.



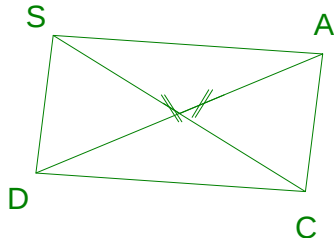
$\widehat{SFR}$, $\widehat{FRS}$, $\widehat{RAS}$ sont des angles
 droits
 donc
FRAS est un rectangle.

19.2 A partir d'un parallélogramme

Supposons que l'on ait un parallélogramme. Que doit-il avoir de particulier pour que nous soyons sûr qu'il est un rectangle ?

- Sur les diagonales :

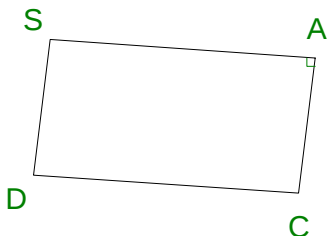
Propriété 3 : Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur alors c'est un rectangle.



SACD est un parallélogramme,
 $SC = AD$
 donc
SACD est un rectangle.

- Sur les angles :

Propriété 4 : Si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.



SACD est un parallélogramme,
 $\widehat{SAC} = 90^\circ$
 donc
SACD est un rectangle.

20 Construction d'un rectangle

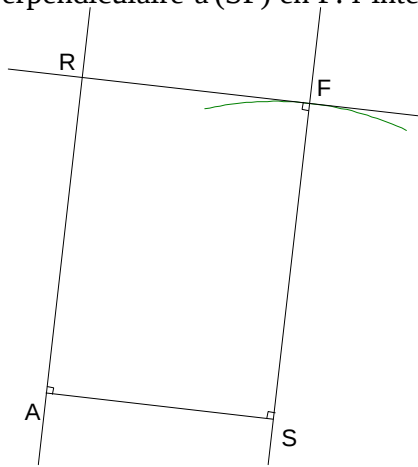
- ❑ Construction 1 : Construire un rectangle connaissant sa largeur et sa longueur.

Construire ASFR un rectangle tel que $AS = 5 \text{ cm}$ et $SF = 7 \text{ cm}$.

Dessin à main levée.

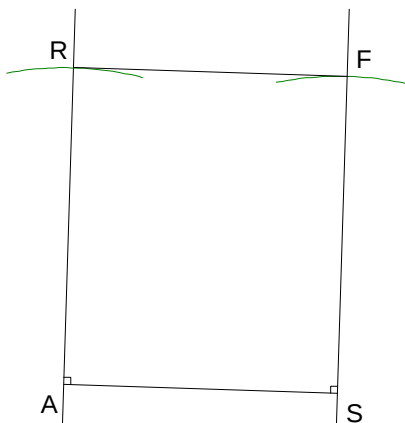
Méthode 1

On dessine $[AS]$ puis on trace $[SF]$ segment perpendiculaire à (AS) de 7 cm . On trace les segment $[FR]$ perpendiculaire à (SF) de 5 cm . On trace la perpendiculaire à (AS) en A et la perpendiculaire à (SF) en F . l'intersection de ces deux droites est R .



Méthode 2

On dessine $[AS]$ puis on trace $[SF]$ et $[RA]$ (tous le deux vers le “haut” ou vers la “bas”) segments perpendiculaires à (AS) de 7 cm . Puis on rejoint R et F .

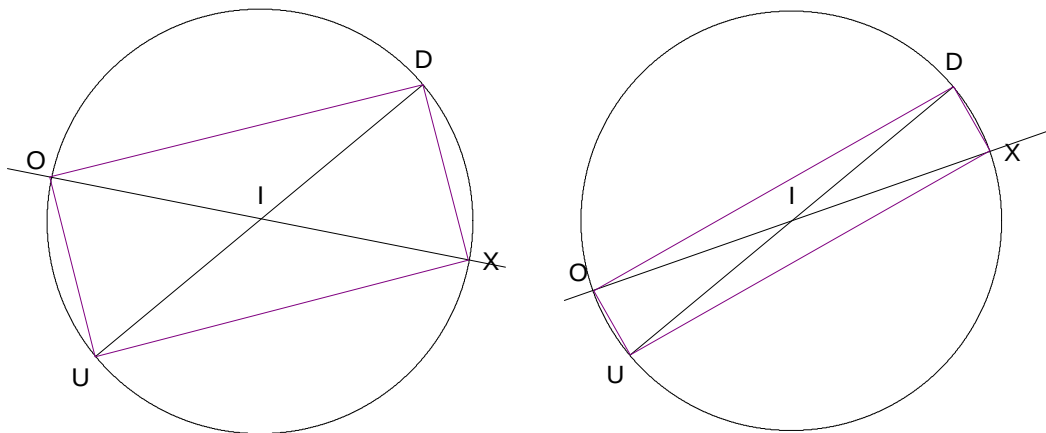


- ❑ Construction 2 : Construire un rectangle connaissant la longueur de ses diagonales.

Construire DOUX un rectanle tel que $DU = 6 \text{ cm}$.

Dessin à main levée.

On trace le segment $[DU]$ puis on trace son milieu I . On trace une droite passant par I et on trace le cercle de centre I de diamètre DU . Les intersections sont O et X . On trace les côtés.



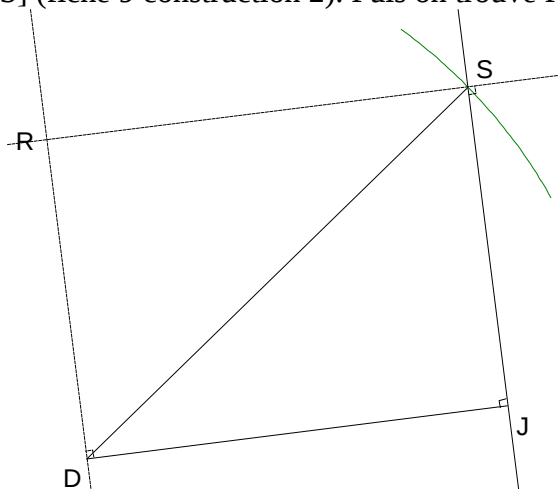
Remarque : il y a une infinité de rectangles différents dont les diagonales mesurent 6 cm.

- Construction 3 : Construire un rectangle connaissant la mesure d'un côté et celle des diagonales.

Construire DJSR un rectangle tel que $DJ = 6$ cm et $DS = 8$ cm.

Dessin à main levée

On trace le triangle DJS rectangle en J connaissant un de ces côtés [DJ] et son hypoténuse [DS] (fiche 9 construction 2). Puis on trouve R en utilisant la construction 1 ou 2.



21 Reconnaître un losange.

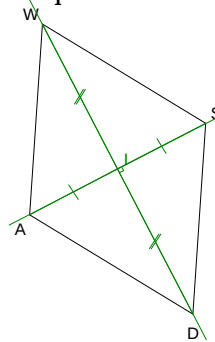
21.1 A partir d'un quadrilatère

Supposons que l'on ait un quadrilatère. Que doit-il avoir de particulier pour que nous soyons sûr qu'il est un losange ?

- Sur les diagonales :

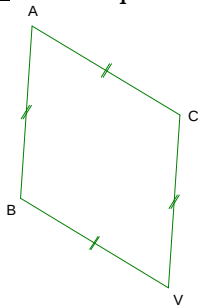
Propriété 1 : Si un quadrilatère a ses diagonales qui ont le même milieu et qui sont perpendiculaires alors c'est un losange;

(WD) $\perp$ (AS),
I est le milieu de [WD] et [AS]
donc
WSDA est un losange



- Sur les côtés :

Propriété 2 : Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même mesure alors c'est un losange.



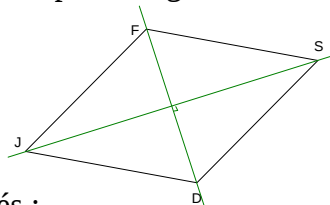
AC = CV = VB = BA
donc
ACVB est un losange

21.2 A partir d'un parallélogramme

Supposons que l'on ait un parallélogramme. Que doit-il avoir de particulier pour que nous soyons sûr qu'il est un losange?

- Sur les diagonales :

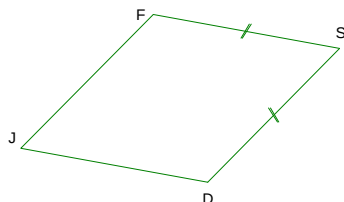
Propriété 3 : Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.



FSDJ est un parallélogramme,
(FD) $\perp$ (JS)
donc
FSDJ est un losange.

- Sur les côtés :

Propriétés 4 : Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.



FSDJ est un parallélogramme,
FS = SD
donc
FSDJ est un losange.

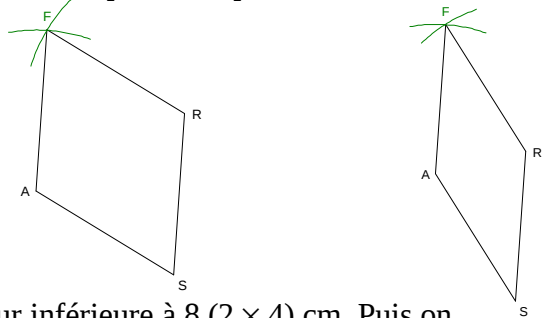
22 Construire un losange

- ❑ Construction 1 : Construire un losange connaissant la mesure d'un côté.

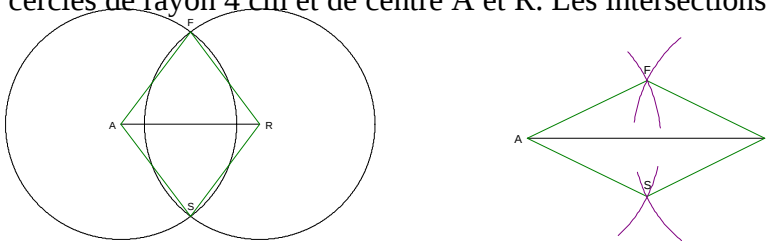
Construire ASRF un losange sachant que $AS = 4$ cm.

Dessin à main levée.

Méthode 1 : On dessine $[AS]$ puis $[SR]$ de 4 cm. On trace deux arcs de cercles de rayon 4 cm, l'un de centre A, l'autre de centre R de sorte à ce qu'ils se coupent en F pour former un losange (par rapport à S de "l'autre côté" de (AR)).



Méthode 2 : On trace la diagonale $[AR]$ d'une longueur inférieure à 8 (2×4) cm. Puis on trace les cercles de rayon 4 cm et de centre A et R. Les intersections des deux cercles sont F et S.



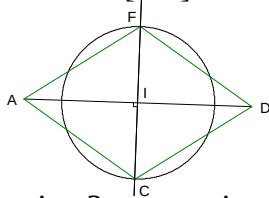
Remarque : Il y a une infinité de losanges différents dont les côtés mesurent 4 cm.

- ❑ Construction 2 : Construire un losange connaissant la mesure des deux diagonales.

Construire AFDC un losange tel que $AD = 6$ cm et $FC = 4$ cm.

Dessin à main levée.

On dessine le segment $[AD]$. On trace sa médiatrice puis on trace deux arcs de cercles de centre I le milieu de $[AD]$ et de diamètre 4 cm. Les intersections avec la médiatrice sont F et C.



- ❑ Construction 3 : construire un losange dont on connaît la mesure du côté et une diagonale.

Construire GLUP un losange tel que $GL = 7$ cm et $GU = 5$ cm.

Dessin à main levée

On procède comme la méthode 2 de la construction 1 mais la mesure de la diagonale doit être 5 cm.

23 Reconnaître et construire un carré

23.1 Reconnaître

Pour démontrer qu'un quadrilatère ou un parallélogramme est un carré il suffit de démontrer que c'est un rectangle (fiche 11) et que c'est un losange (fiche 13).

23.2 Construire

- Construction 1 : Construire un carré connaissant la mesure de ses côtés.

Il suffit d'utiliser la construction 1 du rectangle (fiche 20) avec les côtés de même longueur ou d'utiliser la méthode 1 de la construction du losange en traçant les deux premiers côtés perpendiculaires.

- Construction 2 : construire un carré connaissant la longueur de ses diagonales.

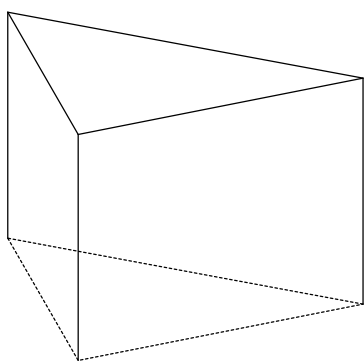
Il suffit d'utiliser la construction 2 du losange (fiche 22) en sachant que les deux diagonales doivent avoir la même longueur.

24 Prisme droit

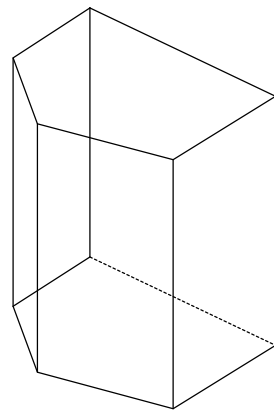
24.1 Description

Le prisme droit est un solide possédant deux faces polygonales identiques et parallèles (appelés bases) et dont les autres faces sont des rectangles (elles forment la paroi ou surface latérale)

Vue en perspective cavalière :



prisme droit à base triangulaire

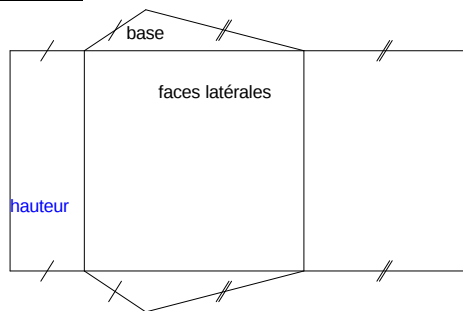


prisme dont la base est un pentagone

Remarque : le parallélépipède rectangle (cours de 6^e) est un prisme particulier, sa base est un rectangle.

24.2 Patron (développement) et aire.

Patron



Patron d'un prisme à base triangulaire. (donner les mesures des trois côtés et de la hauteur)

Même chose avec un parallélogramme comme base.

On dessine d'abord une des bases (avec le compas) puis les faces latérales en reportant au compas les mesures de la base sur la longueur de la surface latérale.

La surface latérale a donc pour dimensions (mesures des 2 côtés) : la hauteur du prisme et le périmètre de la base (somme des côtés de la base)

Patron d'un parallélépipède rectangle.

Aire

L'aire du prisme est la somme de l'aire de chaque base et de l'aire de la surface latérale.

$$A_{\text{prisme}} = 2 \times A_{\text{base}} + A_{\text{latérale}}.$$

L'aire de la base dépend du type de polygone (voir fiche 3 §3-4 pour le triangle et fiche 13 §13-3 pour le parallélogramme).

L'aire de la surface latérale (qui est un rectangle) est le produit de ses deux dimensions, l'une étant la hauteur, l'autre le périmètre de la base.

Exemple ?

24.3 Volume

Le volume d'un prisme droit est le produit de l'aire de la base par la hauteur du prisme.

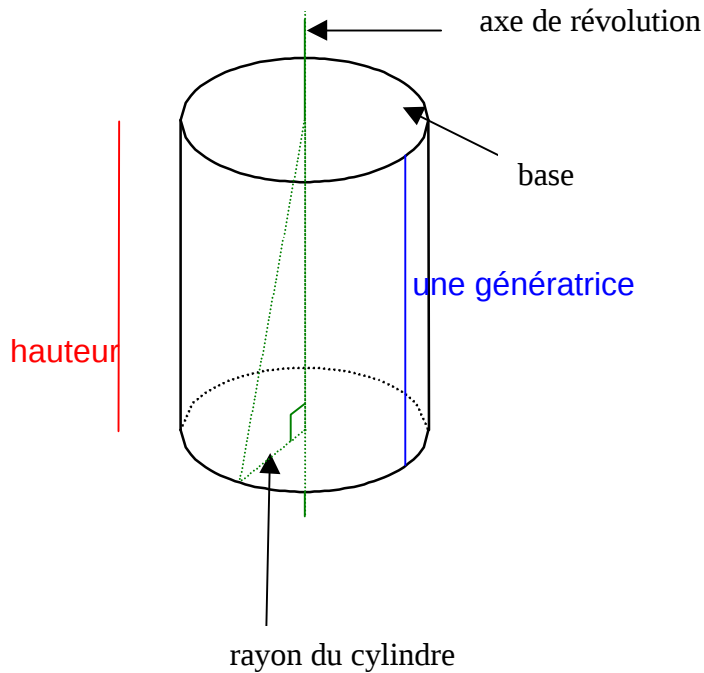
$$V_{\text{prisme}} = A_{\text{base}} \times h_{\text{prisme}}$$

Exemple ?

25 Cylindre de révolution

25.1 Description

Un cylindre est un solide engendré par un triangle rectangle tournant autour d'un des ses côtés droits.

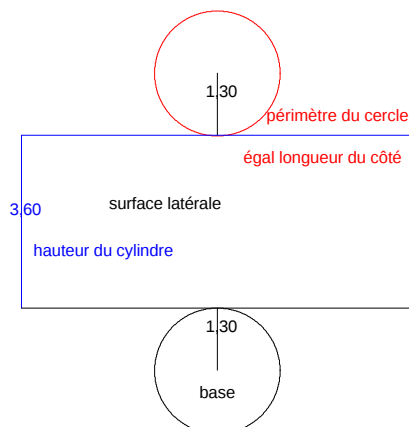


L'ensemble des génératrices est appelé paroi ou surface latérale.

25.2 Patron (développement) et aire

Patron

$h = 3,6 \text{ cm}$ et $R = 1,3 \text{ cm}$



Les dimensions (longueurs des côtés) de la surface latérale sont la hauteur et le périmètre de la base.

Calcul du **périmètre** (voir fiche 1 § 1-2) de la base :

$$2\pi \times R = 2 \times \pi \times 1,3 = 2,6\pi \approx 8,2 \text{ cm}$$

On dessine la surface latérale grâce à ses deux dimensions puis les deux bases.

Aire

L'aire d'un cylindre de révolution est la somme de l'aire de chaque base et de l'aire latérale.

$$A_{\text{cylindre}} = 2 \times A_{\text{base}} + A_{\text{latérale}}.$$

L'aire de la base est l'aire d'un disque (fiche 1 § 1-3) : $\pi \times R^2$

L'aire de la surface latérale (qui est un rectangle) est le produit de ses deux dimensions : la hauteur et le périmètre de la base : $h \times 2\pi R$

Exemple :

L'aire du cylindre précédent :

$$A_{\text{base}} = \pi \times R^2 = \pi \times 1,3^2 = \pi \times 1,69 \approx 5,3 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{latérale}} \approx 3,6 \times 8,2 \approx 29,6 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{cylindre}} \approx 5,3 \times 29,6 \approx 156,7 \text{ cm}^2$$

25.3 Volume

Le volume d'un cylindre de révolution est le produit de l'aire de la base par la hauteur du cylindre.

$$V_{\text{cylindre}} = A_{\text{base}} \times h_{\text{cylindre}}$$

Exemple :

Le volume du cylindre précédent est :

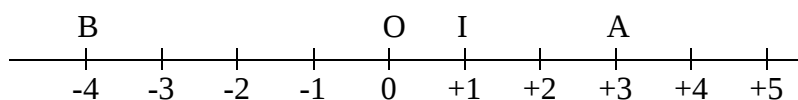
$$V_{\text{cylindre}} = \pi \times 1,69 \times 6 = \pi \times 10,14 = 10,14 \pi \text{ cm}^3 \text{ valeur exacte}$$

$$V_{\text{cylindre}} \approx 31,86 \text{ cm}^3 \text{ valeur arrondie au centième de cm}^3$$

1	Repérage	2
1.1	Repérage sur une droite graduée	2
1.2	Repérage dans le plan	2
2	Distance entre deux points sur une droite graduée.....	4
2.1	Distance.....	4
3	Proportionnalité.....	5
3.1	Exemple	5
3.2	Reconnaître un tableau de proportionnalité	5
3.3	Compléter un tableau de proportionnalité.....	6
4	Mesure du temps	7
4.1	Unité de mesure.....	7
4.2	Conversion	7
5	Echelle	9
5.1	Définition et utilisation	9
5.2	Calcul de l'échelle	9
6	Mouvement uniforme et vitesse	12
6.1	Mouvement uniforme	12
6.2	Utilisation de la vitesse.....	12
7	Pourcentage.....	14
7.1	Exemple. Trouver un pourcentage.	14
7.2	Appliquer un pourcentage.....	14
8	Les unités de volume	16
9	Relevés statistiques.....	17
9.1	Présentation de quelques diagrammes	17
9.2	Tableaux et vocabulaire	17
9.3	Dessiner des diagrammes.....	18

1 Repérage

1.1 Repérage sur une droite graduée



La droite ci-dessus est graduée : elle a une origine O, une unité OI et la distance OI est reportée régulièrement à gauche et à droite à partir de O.

A chaque point de la droite est associé un nombre, son abscisse, qui donne sa position par rapport à O.

L'abscisse de A est +3, on pourra la noter x_A

L'abscisse de B est -4, on pourra la noter x_B

Exemples :

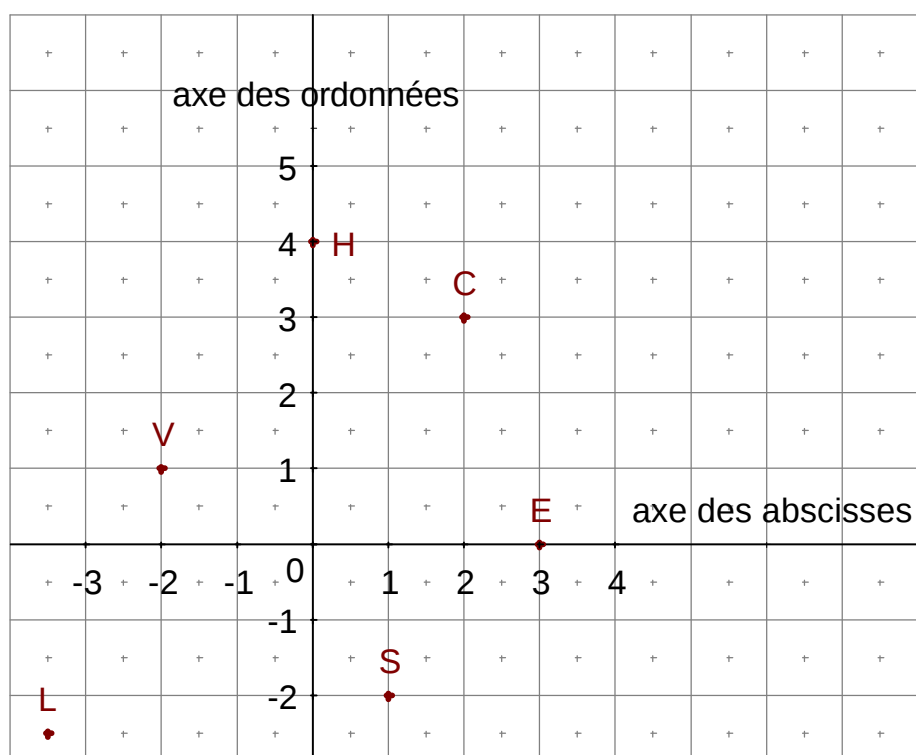
Donner une feuille sur laquelle il y a une droite graduée et des points (abscisses entières et décimales) à lire et une droite graduée sur laquelle il faut placer des points dont l'abscisse (entière et décimale) est donnée.

1.2 Repérage dans le plan

Deux droites graduées perpendiculaires de même origine constituent un repère du plan.

La droite « horizontale » est appelée axe des abscisses.

La droite « verticale » est appelée axe des ordonnées.



Chaque point du plan peut alors être repéré par **deux nombres** appelés **coordonnées** du point. La **première** coordonnée, appelée **abscisse**, est lue sur l'axe des abscisses. La **seconde** coordonnée, appelée **ordonnée**, est lue sur l'axe des ordonnées.

Exemples :

Les coordonnées de C sont (2 ;3). 2 est l'abscisse, 3 est l'ordonnée. On pourra écrire $x_C = 2$ et $y_C = 3$

V (-2 ;1)

S (1 ; -2)

E (3 ;0)

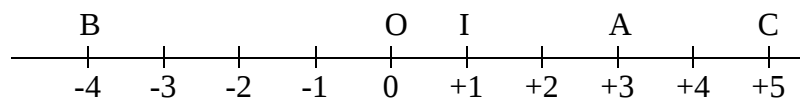
H (0 ;4)

L (-3,5 ; -2,5)

Remarque : les unités sur les axes peuvent être différentes (voir exercices).

2 Distance entre deux points sur une droite graduée

2.1 Distance



La distance OB, séparant O du point B, est égale à 4 unités.

La distance OA, séparant O du point A, est égale à 3 unités.

La distance AB est de 7 unités.

Propriété :

Pour trouver la distance entre deux points sur une droite graduée, on fait la différence entre l'abscisse la plus grande et l'abscisse la plus petite.

Exemples :

$$AB = x_A - x_B = (+3) - (-4) = (+3) + (+4) = 7 \text{ unités}$$

$$OA = x_A - x_O = (+3) - 0 = 3 \text{ unités}$$

$$AC = x_C - x_A = (+5) - (+3) = (+5) + (-3) = 2 \text{ unités}$$

3 Proportionnalité

3.1 Exemple

: 4 ou $\times \frac{1}{4}$	côté d'un carré en cm	3	12		
	périmètre du carré en cm			28	15

Pour trouver le périmètre d'un carré, on multiplie toujours la longueur du côté par le même nombre : quatre.

$P = 4 \times C$. Ici on a exprimé le périmètre en fonction de la longueur du côté.

Le périmètre et la longueur du côté sont proportionnels.

Le tableau est appelé : tableau de proportionnalité

4 et $\frac{1}{4}$ sont les coefficients de proportionnalité.

3.2 Reconnaître un tableau de proportionnalité

Propriété :

Un tableau de deux lignes est un tableau de proportionnalité si pour passer d'un nombre de la première ligne au nombre de la seconde ligne situé dans la même colonne on multiplie toujours par le même nombre.

Exemple1 :

15	10	0,8	5
45	30	2,4	15

Ce tableau est un tableau de proportionnalité car on multiplie les nombres de la première ligne par 3 pour trouver les nombres de la seconde ligne. Un des coefficients de proportionnalité est 3.

$$15 \times 3 = 45 \quad 10 \times 3 = 30 \quad 0,8 \times 3 = 2,4 \quad 5 \times 3 = 15$$

Remarque 1 : $10 + 5 = 15$ et $30 + 15 = 45$
 $2 \times 5 = 10$ et $2 \times 15 = 30$

Remarque 2 : $\frac{15}{45} = \frac{10}{30} = \frac{0,8}{2,4} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ qui est le coefficient permettant d'aller de la seconde ligne à la première.

Exemple 2 :

7	21	28
35	105	145

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité car :

$$7 \times 5 = 35$$

$$21 \times 5 = 105$$

$$\text{mais } 28 \times 5 = 140 \neq 145$$

On ne multiplie pas la première ligne par le même nombre pour trouver la seconde ligne.

$$\text{Remarque : } 7 + 21 = 28 \text{ mais } 35 + 105 \neq 145$$

$$4 \times 7 = 28 \text{ mais } 4 \times 35 \neq 145$$

3.3 Compléter un tableau de proportionnalité

Voici un tableau de proportionnalité à compléter.

15	10	25	42	30		0,175
37,5					24	

a) Trouver un des coefficients de proportionnalité :

Il suffit de connaître les nombres d'une colonne.

Soit k le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la seconde ligne.

On sait grâce à la première colonne que : $15 \times k = 37,5$ c'est une équation.

$$\frac{15 \times k}{15} = \frac{37,5}{15}$$

$$k = 2,5$$

Vérifions : $15 \times 2,5 = 37,5$ OK

b) Maintenant que l'on connaît le coefficient on peut calculer les nombres de la seconde ligne grâce à ceux de la première ligne.

$$10 \times 2,5 = 25$$

$$25 \times 2,5 = 62,5$$

$$42 \times 2,5 = 105$$

$$30 \times 2,5 = 75$$

$$0,175 \times 2,5 = 0,4375$$

Remarque :

on pouvait calculer certaines valeurs sans le coefficient

$$\text{car } 15 \times 2 = 30 \text{ donc pour la cinquième colonne on trouve } 37,5 \times 2 = 75$$

$$\text{car } 15 + 10 = 25 \text{ donc grâce aux deux premières colonnes on trouve la troisième :}$$

$$37,5 + 25 = 62,5$$

c) Pour trouver les nombres de la première ligne à partir de ceux de la seconde ligne on peut :

soit diviser la seconde ligne par le coefficient déjà trouver : $24 : 2,5 = 9,6$

soit chercher le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la seconde ligne à la première : appelons le t on a $37,5 \times t = 15$

$$\frac{37,5 \times t}{37,5} = \frac{15}{37,5}$$

$$t = 0,4$$

Vérifions : $37,5 \times 0,4 = 15$ OK

Maintenant on peut utiliser ce coefficient pour compléter la sixième colonne :

$$24 \times 0,4 = 9,6$$

4 Mesure du temps

4.1 Unité de mesure

Pour mesurer le temps (ou la durée) il existe diverses unités. Certaines sont bien fixées (comme l'heure, la seconde) d'autres sont parfois variables (l'année qui peut durer 365 ou 366 jours).

On étudiera ici que l'heure (symbole h), la minute (symbole min) et la seconde (symbole s).

1 min = 60 s

1 h = 60 min = 3600 s

Il y a deux façons de donner un temps en heure :

en heure décimale : 1,5 h c'est à dire 1 heure et 0,5 (donc la moitié) d'une heure

en heure-minute : 1h 30min c'est à dire 1 heure plus 30 minutes

On a évidemment $1,5h = 1h30min$

La même chose existe pour les minutes :

3,25 min signifie 3 min et 0,25 (donc le quart) d'une minute

3 min 15s signifie 3 minutes plus 15 secondes.

On a évidemment $3,25 \text{ min} = 3 \text{ min } 15 \text{ s}$

En revanche il n'y a pas de différentes écritures à partir des secondes :

5,7 s signifie 5 secondes et 7 dixièmes (de seconde)

9,68 s signifie 9 secondes et 68 centièmes (de seconde)

4.2 Conversion

Exemple 1 : Convertir 3h 42 min en minutes.

$3h42 = 3 \times 60 + 42 = 180 + 42 = 222 \text{ min}$

Convertir 6h 38 min 45 s en secondes.

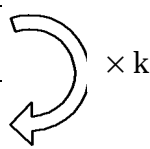
$6 \times 3600 + 38 \times 60 + 45 = 21600 + 2280 + 45 = 23925 \text{ s}$

Exemple 2 :

Combien représentent 3,7 h en heure-minute ? c'est 3 heures et un certain nombre de minutes

m. On peut grâce à un tableau de proportionnalité trouver **m** en sachant que 1 h = 60 min.

temps en heure décimale	1	0,7
temps en minutes	60	m



On trouve facilement le coefficient de proportionnalité k: $1 \times k = 60$ donc $k = 60$

$m = 0,7 \times 60 = 42$

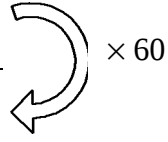
$3,7 \text{ h} = 3h42min$

Exemple 3 :

Combien représentent 5h36min en heure décimale ?

Même principe : il suffit transformer les 36 minutes en heure décimale d

temps en heure décimale	1	d
temps en minutes	60	36



Pour trouver la première ligne à partir de la seconde ligne il suffit de diviser par 60 (on peut aussi chercher l'autre coefficient de proportionnalité) :

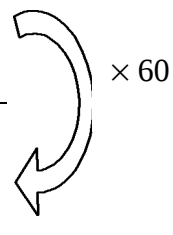
$$36 : 60 = 0,6$$

$$\text{donc } 5\text{h}36\text{min} = 5,6 \text{ h}$$

Exemple 4 :

De la même façon on peut passer de minute décimale à minute-seconde et inversement en sachant que 1 min = 60 s.

temps en minute décimale	1	?
temps en seconde	60	?



Si l'un des deux nombres de la troisième colonne est connu on peut calculer l'autre.

5 Echelle

5.1 Définition et utilisation

L'échelle d'une carte (d'un dessin, d'une maquette) est le nombre par lequel il faut multiplier les distances réelles pour obtenir les distances sur la carte.

Exemple :

Une carte est à l'échelle $1/25000^e$ (ou $\frac{1}{25000}$ ou 1:25000)

Par quelle distance sur la carte est représentée 6 km ?

$$6 \times \frac{1}{25000} = 0,00024 \text{ km} = 24 \text{ cm}$$

Sur la carte un chemin mesure 3,5 cm. Quelle est sa longueur x réelle ?

$$x \times \frac{1}{25000} = 3,5$$

$$x \times 0,00004 = 3,5$$

$$x = \frac{3,5}{0,00004}$$

$$x = 87500 \text{ cm}$$

$$\text{Vérifions : } 87500 \times \frac{1}{25000} = 3,5 \text{ OK}$$

$$x = 875 \text{ m}$$

Remarque : $1/25000^e$ signifie aussi 1 unité (de la carte) représente 25000 unités réelles. Il s'agit d'un cas de proportionnalité.

taille sur la carte	1		3,5 cm
taille réelle	25000	6 km	

Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la carte à la taille réelle s'obtient facilement grâce à la deuxième colonne :

$$1 \times k = 25000 \text{ donc } k = 25000$$

$$3,5 \times 25000 = 87500 \text{ cm}$$

l'autre coefficient est : $25000 \times p = 1$

$$p = \frac{1}{25000} \quad \text{c'est l'échelle de la carte.}$$

$$6 \times \frac{1}{25000} = 0,00024 \text{ km}$$

5.2 Calcul de l'échelle

Sur une carte, on sait qu'une route représentée par 7 cm mesure réellement 2,45 km. Quelle est l'échelle de la carte ?

Utilisons d'abord les mêmes unités pour les deux distances : $2,45 \text{ km} = 245000 \text{ cm}$

■ méthode 1

réel	carte
↓	↓

soit k l'échelle on sait que : $245000 \times k = 7$

$$k = \frac{7}{245000}$$

$$k = \frac{7 : 7}{245000 : 7}$$

$$k = \frac{1}{35000} \quad \text{vérifions : } 245000 \times \frac{1}{35000} = 7 \text{ OK}$$

L'échelle est $\frac{1}{35000}$

■ méthode 2

Grâce à un tableau de proportionnalité cherchons combien représente réellement 1 cm sur la carte.

taille sur la carte	7 cm	1
taille réelle	245000 cm	

Soit k le coefficient de proportionnalité permettant de passer de la première ligne à la seconde.

$$7 \times k = 245000$$

$$k = \frac{245000}{7}$$

$$k = 35000 \quad \text{vérifions : } 7 \times 35000 = 245000 \text{ OK}$$

$$1 \times 35000 = 35000 \text{ donc 1 cm de la carte représente 35000 cm réels}$$

L'échelle est $\frac{1}{35000}$.

Remarque : la plupart du temps l'échelle est un nombre plus petit que 1 car la carte (le plan, la maquette,...) est plus petite que la réalité.

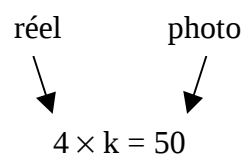
Mais parfois il arrive que la représentation soit plus grande que l'objet réel. Dans ce cas l'échelle est plus grande que 1.

Exemple :

Une puce mesurant 4 mm est prise en photo. Sur la photo elle mesure 5cm. Quelle est l'échelle de la photo ?

$$5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}$$

Soit k l'échelle :



$$k = \frac{50}{4}$$
$$k = 12,5$$

Vérifions : $4 \times 12,5 = 50$ OK

6 Mouvement uniforme et vitesse

6.1 Mouvement uniforme

Un objet qui se déplace (un mobile) effectue un mouvement. Pendant une certaine durée (un temps) il parcourt une certaine distance.

Définition : le mouvement d'un mobile est dit uniforme si la distance parcourue est proportionnelle à la durée, cela pendant tout le parcours.

Exemple :

Une voiture parcourt 35 km en 30 min (0,5 h), 70 km en 1 heure, 140 km en 2 heures. Son mouvement est-il uniforme ?

La question revient à répondre à celle-ci: le tableau ci-dessous est-il de proportionnalité ?

durée (temps) en h	0,5	1	2
distance en km	35	70	140

On voit facilement que l'on passe de la première ligne à la seconde en multipliant toujours par 70. Le tableau est un tableau de proportionnalité.

Le mouvement semble, d'après les informations données, uniforme. Mais la réponse peut changer si on nous donne une information sur la distance parcourue en 1,5 h. Pour que le mouvement soit uniforme il faudrait que la voiture ait parcouru $1,5 \times 70 = 105$ km en 1,5 h.

Définition : lors d'un mouvement uniforme, le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la durée à la distance est appelé vitesse du mobile.

Dans l'exemple précédent la voiture roule à 70 km/h (elle effectue 70 km en 1 heure).

6.2 Utilisation de la vitesse.

Exemples :

Un avion vole selon un mouvement uniforme. Sachant qu'en 3h45min il a parcouru 3000km calculer la distance qu'il parcourra en 6h et combien de temps il lui faudra pour parcourir 8000 km ?

Convertissons l'heure-minute en heure décimale : 3h45min = 3,75 h

Il suffit de compléter le tableau de proportionnalité suivant :

durée (en h)	3,75	6	
distance (en km)	3000		8000

Calcul du coefficient permettant de passer de la durée à la distance :

$$3,75 \times k = 3000$$

$$k = \frac{3000}{3,75}$$

$$k = 800 \quad (\text{la vitesse est donc de } 800\text{km/h})$$

Vérifions : $3,75 \times 800 = 3000$ OK

$6 \times 800 = 4800$. L'avion parcourt 4800 km en 6 h.

$8000 : 800 = 10$. L'avion met 10 h à parcourir 8000 km (on aurait pu aussi calculer le second coefficient de proportionnalité).

7 Pourcentage

7.1 Exemple. Trouver un pourcentage.

Sur une classe de 25 élèves, 8 jouent au basket.

La proportion d'élève jouant au basket est donc de $\frac{8}{25}$.

Donner le pourcentage d'élèves jouant au basket c'est donner une fraction égale à $\frac{8}{25}$ dont le

dénominateur est 100. Soit $\frac{8}{25} = \frac{8 \times 4}{25 \times 4} = \frac{32}{100}$

32% des élèves de cette classe jouent au basket.

Cela revient aussi à compléter ce tableau de proportionnalité :

nombre d'élèves jouant au basket	8	
nombre total d'élèves	25	100

7.2 Appliquer un pourcentage

Supposons que dans un collège de 750 élèves, 32% des enfants jouent au basket. Combien cela représente-t-il d'enfants ?

nombre d'élèves jouant au basket	32	
nombre total d'élèves	100	750

Soit k le coefficient permettant d'aller de la seconde ligne à la première :

$$100 \times k = 32$$

$$k = \frac{32}{100}$$

Le pourcentage est un des deux coefficients.

$$\text{total} \times \% = \text{basket}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \swarrow \\ 750 \times \frac{32}{100} & = & 240 \end{array}$$

Supposons que dans un autre collège 495 élèves jouent au basket, ce qui représente 45%. Combien y a-t-il d'élèves dans ce collège en tout ?

On remplit ce tableau :

nombre d'élèves jouant au basket	45	498
nombre total d'élèves	100	x

$$45 \times t = 100$$

$$t = \frac{100}{45}$$

$$x = 498 \times \frac{100}{45}$$

$$x = 1100$$

ou on utilise directement la formule : total $\times$ % = basket

$$x \times \frac{45}{100} = 495$$

$$x \times 0,45 = 495$$

$$x = \frac{495}{0,45}$$

$$x = 1100$$

$$\text{Vérifions : } 1100 \times \frac{45}{100} = 11 \times 45 = 495 \text{ OK}$$

8 Les unités de volume

Il existe diverses unités pour mesurer un volume : le m^3 , le cm^3 (basées sur celle des mesures des distances), le litre (l) etc...

hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

Pour passer d'une unité à celle qui est immédiatement à sa droite, on multiplie par 1000.

Pour passer d'une unité à celle qui est immédiatement à sa gauche, on multiplie par 0,001 (ou on divise par 1000).

Convertir :

154 cm^3 en dm^3 : $154 \text{ cm}^3 = 154 \times 0,001 = 0,154 \text{ dm}^3$

$358,45 \text{ m}^3$ en cm^3 : $358,45 \times 1000 \times 1000 = 358450000 \text{ cm}^3$

1 l = 1 dm^3

hl	dal	l (dm^3)	dl	cl	ml

Pour passer d'une unité à celle qui est immédiatement à sa droite, on multiplie par 10.

Pour passer d'une unité à celle qui est immédiatement à sa gauche, on multiplie par 0,1 (ou on divise par 10).

Convertir :

$487,56 \text{ ml}$ en l : $487,56 \text{ ml} = 487,56 \times 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 0,48756 \text{ l}$

$78,54 \text{ hl}$ en l : $78,54 \text{ hl} = 78,54 \times 10 \times 10 = 7854 \text{ l}$

354 cm^3 en l : $354 \text{ cm}^3 = 354 \times 0,0001 = 0,354 \text{ dm}^3 = 0,354 \text{ l}$

9 Relevés statistiques

9.1 Présentation de quelques diagrammes

1 diagramme à barres

1 histogramme

1 diagramme circulaire/semi-circulaire

Trouver un exemple, si possible local, de chaque dans divers journaux et brochures. le distribuer en photocopie.

9.2 Tableaux et vocabulaire

Utiliser deux exemples (les notes d'un devoir, les couleurs préférées), l'un quantitatif, l'autre qualitatif.

Notes données en vrac :

Tableau 1 (à compléter au fur et à mesure des définitions)

notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	total
effectifs																						
fréquence																						

Tableau 2 (à compléter au fur et à mesure des définitions)

notes	$0 < n \leq 4$	$4 < n \leq 8$	$8 < n \leq 12$	$12 < n \leq 16$	$16 < n \leq 20$	total
effectifs						
fréquence						

Tableau 3 (à compléter en classe en posant la question de la couleur que les élèves préfèrent parmi les six citées)

Couleur	rouge	orange	jaune	vert	bleu	violet	total
effectif							
fréquence							

La population étudiée est la classe de cinquième machin

Le caractère étudié pour cette population est la note au devoir n°truc ou la couleur préférée.

Les individus composant la population sont les élèves de cinquième machin

On regroupe les individus par classe. Il peut s'agir d'une note ou d'une couleur (exemples 1 et 3) ou d'un intervalle de notes (exemple 2)

L'effectif d'une classe est le nombre d'individus de cette classe.

Exemple : §§§§§§

L'effectif total est le somme des effectifs de chaque classe. Il est égal au nombre d'individus.

La fréquence d'une classe est le quotient de l'effectif de cette classe par l'effectif total. Elle est parfois exprimée en pourcentage. Parfois elle est arrondie.

Exemple : §§§§§§§§§§§§

La fréquence totale est la somme des fréquences. Elle est égale à 1 (ou 100 si exprimée en pourcentage). Parfois la somme des fréquences ne donne pas exactement 1 (ou 100) en raison des arrondis.

9.3 Dessiner des diagrammes

Dans chacun des diagrammes il est indispensable de mettre la légende.

Diagramme à barres, histogrammes : la hauteur de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence) de la classe qu'il représente.

Diagramme à barre du tableau 3

Histogramme du tableau 2

Diagrammes circulaires et semi-circulaires : Chaque mesure d'angle est proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence) de la classe représentée par l'angle.

Diagramme circulaire du tableau 3

fréquence	100						
angle	360						

Il suffit de compléter ce tableau de proportionnalité pour trouver la mesure de chaque angle.